



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**DESENVOLVIMENTO E OTIMIZAÇÃO DO PERFIL AERODINAMICO DO  
CARRO SOLAR TBE 1500-S “SUNBLADE” ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES  
NUMÉRICAS**

Herval Tortorelli Junior

São Paulo  
2005

TE 05  
T638d

**DEDALUS - Acervo - EPMN**



31600011157

**FICHA CATALOGRÁFICA**

**Tortorelli Junior, Herval**

**Desenvolvimento e otimização do perfil aerodinâmico do carro solar TBE 1500-S "Sunblade" através de simulações numéricas / H. Tortorelli Junior. -- São Paulo, 2005.**

**78 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1.Aerodinâmica 2.Análise numérica 3.Carro solar 4.Energia  
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.**

TE 05  
T638d

**DEDALUS - Acervo - EPMN**



31600011157

**FICHA CATALOGRÁFICA**

**Tortorelli Junior, Herval**

**Desenvolvimento e otimização do perfil aerodinâmico do carro solar TBE 1500-S "Sunblade" através de simulações numéricas / H. Tortorelli Junior. -- São Paulo, 2005.**

**78 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1.Aerodinâmica 2.Análise numérica 3.Carro solar 4.Energia  
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.**

Dedico este trabalho a todos que acreditam que possam acordar o gigante adormecido que este país é atualmente. A todos aqueles que preferem agir ao invés de lamentar. Pessoas que abandonaram o lugar comum das reclamações e trilham o caminho da auto superação, onde enxergam oportunidade onde a grande maioria enxerga apenas problema.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais, Herval e Tania, e familiares, em especial para minha avó Odília, pela educação e infra-estrutura que me foi oferecida, sem as quais eu teria trilhado caminhos muito diferentes dos que sigo atualmente.

Agradeço aos meus amigos, para minha felicidade, inumeráveis nesta página, por todos os momentos felizes e que vivenciam comigo as mais inusitadas situações, que foram cruciais na formação do meu caráter.

Agradeço aos meus mestres por todas as oportunidades de aprendizado que me foi oferecida, incluindo ensinamentos acadêmico e pessoais.

Agradeço a vida que se torna mais maravilhosa e surpreendente a cada novo momento bom ou não tão bom.

## RESUMO

Este trabalho apresenta a metodologia empregada para o desenvolvimento do perfil da carenagem aerodinâmica do carro solar TBE 1500-S "Sunblade" através de métodos numéricos. O método utilizado foi o Sparlat-Almaras, que costuma apresentar resultados satisfatórios para simulações ao redor de perfis aerodinâmicos. Este projeto foi dividido em partes principais que compõe o carro e foram estudadas separadamente e uma primeira simulação feita com o conjunto montado. Estas partes são o corpo, canopi e wheelfairing. O estudo do corpo se concentrou em formas de anular o arrasto de forma e o arrasto induzido deste perfil. No canopi foi levado em consideração o conforto do piloto e formas de eliminar o descolamento em sua parte posterior. No projeto dos wheelfairings os parâmetros iniciais foram dados pelas dimensões e movimento das rodas. Cada uma destas partes foi desenvolvida com base em perfis aerodinâmicos. O desenho de conjunto foi obtido juntando cada uma destes componentes, simulado e otimizado.

## ABSTRACT

This work presents the methodology used to develop the aerodynamic design of the solar car TBE 1500-S “Sunblade” using numerical methods. The method used was the Sparlat-Almaras, which gives satisfactory results for simulations around aerodynamics’ design. This work was separated in three main parts that composes the car and they were studied and optimized separated. These parts are the car’s body, the canopi and the wheelfairings. Each of these parts was joined into one to compose the final design of the car. This final design was optimized one time.

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>A EQUIPE.....</b>	<b>2</b>
<b>3.</b>	<b>ESCOPO DO PROJETO.....</b>	<b>4</b>
<b>4.</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA.....</b>	<b>5</b>
4.1.	<b>EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE MASSA .....</b>	<b>5</b>
4.2.	<b>EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO .....</b>	<b>5</b>
4.3.	<b>EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE ENERGIA.....</b>	<b>6</b>
4.4.	<b>ESCOAMENTO TURBULENTO.....</b>	<b>6</b>
4.4.1.	<b>MÉDIA DE REYNOLDS DAS EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO.....</b>	<b>7</b>
4.4.2.	<b>MODELO DE TURBULÊNCIA: TENSÕES DE REYNOLDS .....</b>	<b>8</b>
4.5.	<b>O MODELO SPALART-ALLMARAS .....</b>	<b>8</b>
4.5.1.	<b>EQUAÇÃO DE TRANSPORTE PARA O MODELO SPALART-ALLMARAS....</b>	<b>9</b>
4.5.2.	<b>MODELAMENTO DA VISCOSIDADE TURBULENTA .....</b>	<b>10</b>
4.5.3.	<b>MODELAMENTO DA PRODUÇÃO DE TURBULÊNCIA .....</b>	<b>10</b>
4.5.4.	<b>MODELANDO A DESTRUIÇÃO DA TURBULÊNCIA.....</b>	<b>12</b>
4.5.5.	<b>CONSTANTES MODELOS .....</b>	<b>12</b>
4.5.6.	<b>CONDIÇÕES NA CAMADA LIMITE .....</b>	<b>13</b>
4.5.7.	<b>MODELO DE TRANSFERÊNCIA CONVECTIVA DE CALOR E MASSA .....</b>	<b>14</b>
<b>5.</b>	<b>MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS .....</b>	<b>15</b>
5.1.	<b>FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO PARA MVF .....</b>	<b>17</b>
5.1.1.	<b>UPWIND DE 1<sup>a</sup> ORDEM .....</b>	<b>17</b>
5.1.2.	<b>POWER LAW .....</b>	<b>18</b>
5.1.3.	<b>UPWIND DE 2<sup>a</sup> ORDEM .....</b>	<b>18</b>
5.1.4.	<b>QUICK (UPWIND DE 3<sup>a</sup> ORDEM) .....</b>	<b>19</b>
5.2.	<b>TRATAMENTO DO ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE.....</b>	<b>19</b>
5.2.1.	<b>MÉTODO SIMPLE .....</b>	<b>21</b>
5.2.2.	<b>MÉTODO SIMPLEC.....</b>	<b>25</b>
<b>6.</b>	<b>GERAÇÃO DE MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS.....</b>	<b>26</b>
6.1.	<b>NOÇÕES GERAIS RELATIVAS A MALHAS.....</b>	<b>26</b>
6.2.	<b>DESCRIÇÃO GERAL .....</b>	<b>30</b>
6.3.	<b>METODOLOGIA GERAL PARA CRIAÇÃO DE MALHAS .....</b>	<b>32</b>

6.4.	<i>MÉTODOS DE FRENTES PROGRESSIVAS (ADVANCING FRONT METHODS)</i> .....	32
6.5.	<i>MÉTODOS DE FRENTES PROGRESSIVAS EM DUAS DIMENSÕES</i> .....	34
7.	<b>PROGRAMAS UTILIZADOS</b> .....	39
7.1.	<i>RHINOCEROS</i> .....	39
7.2.	<i>GAMBIT</i> .....	40
7.3.	<i>FLUENT</i> .....	41
8.	<b>PARÂMETROS DE PROJETO</b> .....	42
9.	<b>CORPO DO CARRO</b> .....	43
10.	<b>CANAPI</b> .....	46
11.	<b>WHEELFAIRINGS</b> .....	48
12.	<b>CONJUNTO</b> .....	52
12.1.	<i>SIMULAÇÕES E RESULTADOS NUMÉRICOS SEM VENTO</i> .....	53
12.2.	<i>SIMULAÇÕES E RESULTADOS NUMÉRICOS COM VENTO LATERAL</i> .....	59
13.	<b>MODELO OTIMIZADO</b> .....	62
13.1.	<i>CANOPÍ</i> .....	63
13.2.	<i>WHEELFAIRINGS</i> .....	65
14.	<b>CONCLUSÕES</b> .....	68
	<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	70
	<b>ANEXO A</b> .....	71
	<b>VÓRTICES</b> .....	71
	<b>ANEXO B</b> .....	73
	<b>EFEITO SOLO</b> .....	73
	<b>EFEITO SOLO EM AERONAVES</b> .....	73
	<b>EFEITO SOLO EM VEÍCULOS DE RUA</b> .....	74
	<b>ANEXO C</b> .....	75
	<b>ARRASTO INDUZIDO</b> .....	75
	<b>ANEXO D</b> .....	76
	<b>THE WORD SOLAR CHALLENGE (WSC)</b> .....	76
	<b>LISTA DE REFERÊNCIAS</b> .....	78

## 1. INTRODUÇÃO

Com a crescente demanda por novas fontes de energia que não poluem o ambiente foi dada maior importância às células de energia solar. Elas são utilizadas principalmente na indústria aeroespacial, mas também são utilizadas em carros solares. Carros solares são veículos elétricos que extraem a energia proveniente do sol, transformando-a em energia elétrica através de células fotoelétricas. Atualmente a construção de carros solares para venda em larga escala não é viável devido ao alto custo de seus componentes e baixa capacidade de transporte de carga. O desenvolvimento de carros desse tipo visa o aprimoramento dos conhecimentos dos componentes utilizados e a participação em competições.

Embora pouco difundidas, existem várias competições entre carros solares. Elas são mais difundidas em países com Japão, Estados Unidos e Austrália. Existem diferentes categorias que se diferem quanto às regras de segurança e dimensões. Em países como o Japão são mais comuns as competições de circuito, já na Austrália ocorre a mais famosa destas competições, o World Solar Challenge, uma competição de enduro cujo objetivo é atravessar do sul ao norte do continente australiano, onde o rendimento e estabilidade a altas velocidades são importantes.

Assim como ocorre em outras competições o resultado são pesquisas de aprimoramento e desenvolvimento de novas tecnologias. Não há dúvida que os carros atuais são mais bem projetados e construídos do que os feito há anos atrás. Esse é o melhor benefício das competições.

## 2. A EQUIPE

A equipe surgiu com o projeto do “The Banana Enterprise”, primeiro carro solar nacional a participar de competições internacionais, em 1993, resultado do trabalho de um grupo de amigos do qual participou o professor de Mecatrônica da Poli, Júlio Cézar Adamovsky. O sucessor do primeiro protótipo, o Citizen Eco-Drive/USP, foi o primeiro veículo a ser desenvolvido no meio acadêmico brasileiro.



Figura. 2.1: The Banana Enterprise

Passado algum tempo foi desenvolvido o Poli-Solar. O seu desenvolvimento teve início em 1995, por uma equipe de professores, pesquisadores e alunos do Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da USP. O veículo tem aproximadamente 6 metros de comprimento por 2 metros de largura, acomoda até duas pessoas (um piloto e um co-piloto), pesa cerca de 300 kg (sem passageiros) e atinge até 100 km/h.



Figura. 2.2: Poli-Solar

A equipe atual é formada, em sua maioria, por alunos de graduação, de pós-graduação e professores, e são responsáveis por diferentes áreas que acabam por interagir entre si. Cada uma delas apresenta seus próprios desafios e que devem ser superados de maneira conjunta umas com as outras. Entre elas estão aerodinâmica, estrutura, suspensão, pneus, ergonomia, direção, entre outros só para a parte mecânica. Existem também responsáveis pelas células solares, motor, marketing, patrocínio, recrutamento, logística, etc. O conceito de engenharia simultânea é indispensável durante a execução deste projeto.

Para desenvolver a parte aerodinâmica foram imprescindíveis interações com as equipes de ergonomia, suspensão e pneus.

### **3. ESCOPO DO PROJETO**

O escopo deste projeto abrange a parte aerodinâmica do projeto. Esta é a parte que mais influencia nas perdas de potência, pois aumenta cubicamente com a velocidade. Desta maneira é desejado minimizar o coeficiente de arrasto e, com isso, minimizar a força de arrasto que agem no veículo.

Para isso devem ser eliminadas regiões de descolamento e que propiciam a geração de vórtices. Estas regiões serão identificadas através de estudos numéricos que serão feitos utilizando-se softwares de elementos finitos. Com isso se pode obter uma primeira análise qualitativa e otimização do projeto a baixos custos.

Será feita portanto a otimização de cada dos macro componentes do carro (corpo, canopi, proteções das rodas) em separado e em seguida a otimização do conjunto.

## 4. MODELAGEM MATEMÁTICA

Para estudar um dado fenômeno de escoamento, é necessário resolver as equações que regem o comportamento de fluidos reais. Como estas equações são não-lineares, utiliza-se a simulação numérica ao aplicar as condições de contorno adequadas para a geometria estudada, consegue resolver aproximadamente o problema. Quanto melhor o modelo utilizado na integração dessas equações, melhor é a convergência dos resultados.

### 4.1. Equação da Conservação de Massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \cdot u_i) = S_m \quad (4.1)$$

É conhecida como equação da continuidade. Sua validade é muito abrangente, desde escoamentos incompressíveis a compressíveis. O termo  $S_m$  representa uma fonte que retira ou adiciona massa,  $\rho$  é a massa específica do fluido e  $u_i$  representa o campo de velocidades do escoamento.

### 4.2. Equação da Conservação de Quantidade de Movimento

A equação da conservação da quantidade de movimento na direção  $x_i$ , é representada da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \cdot u_i \cdot u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho \cdot g_i + F_i \quad (4.2)$$

onde,

$p$ : pressão estática

$\tau_{ij}$ : tensor das tensões

$g_i$ : aceleração da gravidade na direção  $i$ .

$F_i$ : forças externas na direção  $i$ .

O tensor das tensões é dado por:

$$\tau_{ij} = \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \cdot \delta_{ij} \quad (4.3)$$

onde  $\delta_{ij}$  representa a dilatação volumétrica.

### **4.3. Equação da Conservação de Energia**

A equação da energia pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot T) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \cdot u_i \cdot T) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + S^T \quad (4.4)$$

onde  $k$  é a condutividade térmica,  $c_p$  é o calor específico do meio em transferência de calor, e  $S^T$  representa uma fonte de calor inserida no meio em questão.

Como no caso estudado não há troca de calor, a equação da energia não será incluída na simulação.

### **4.4. Escoamento Turbulento**

Para escoamentos turbulentos, as equações de conservação das quantidades diferem daquelas para escoamento laminar a fim de descrever as flutuações turbulentas de velocidade e quantidades escalares. Vai ser apresentado um procedimento (média no tempo) e um modelo para fechar o conjunto de equações que regem o comportamento do fluido. Este modelo foi utilizado somente na simulação do canal já que as simulações dos cilindros foram realizadas considerando escoamento laminar.

#### 4.4.1. Média de Reynolds das Equações de Conservação

Pegando como exemplo uma equação genérica de transporte para uma quantidade escalar  $\phi$ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \cdot u_i \cdot \phi) = D_\phi + S_\phi \quad (4.5)$$

O valor de  $\phi$  em um escoamento turbulento é composto por um valor médio e uma parcela flutuante:  $\phi = \bar{\phi} + \phi'$ , sendo a parcela média definida como:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi \cdot dt \quad (4.6)$$

$\Delta t$  é uma escala de tempo de ordem superior à das flutuações turbulentas.

Flutuações turbulentas são ditas randômicas, tal que:

$$\phi' = 0$$

Aplicando-se esta técnica a equação de conservação de  $\phi$ , chega-se ao seguinte resultado:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \cdot \bar{\phi}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \cdot \bar{u}_i \cdot \bar{\phi}) = \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \cdot \bar{u}_i \cdot \bar{\phi}') + \bar{D}_\phi + \bar{S}_\phi \quad (4.7)$$

Desse modo as equações de conservação agora apresentam valores médios e um novo termo contendo a correlação  $\bar{u}_i \cdot \bar{\phi}'$  que multiplicada pela massa específica representa a “difusão” de  $\phi$  devido à flutuações turbulentas.

A equação para conservação da quantidade de movimento para o caso turbulento terá a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \cdot u_i \cdot u_j) &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho \cdot g_i + F_i \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho \cdot \bar{u}_i \cdot \bar{u}_j) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Que tem a mesma forma que a equação fundamental da conservação da quantidade de movimento, com as velocidades representando valores médios no tempo e

o efeito da turbulência incorporado através das “Tensões de Reynolds”,  $-\rho \cdot \overline{u_i \cdot u_j}$ , que é um tensor simétrico de segunda ordem que possui seis únicos termos.

A tarefa principal dos modelos de turbulência é prover equações ou modelos de fechamento que propiciem valores para essas correlações.

#### **4.4.2. *Modelo de Turbulência: Tensões de Reynolds***

O modelo de tensões de Reynolds – *Reynolds Stress Model* (RSM) – envolve o cálculo das tensões individuais de Reynolds  $\overline{u_i \cdot u_j}$  usando equações de transporte diferenciais. As tensões individuais de Reynolds são então usadas para se obter uma convergência da equação de momento médio de Reynolds.

A exata forma do transporte de tensões de Reynolds podem ser derivadas a partir dos momentos causados por estas tensões da equação exata da quantidade de movimento. Infelizmente, muitos dos termos da equação exata são desconhecidos e portanto isso requer que algumas hipóteses sejam feitas para atingir a convergência dessas equações.

#### **4.5. O modelo Spalart-Allmaras**

O modelo Spalart-Allmaras é um modelo de uma equação relativamente simples que resolve uma equação de transporte para a viscosidade cinética turbulenta. Isto engloba uma classe relativamente nova de modelos de uma equação onde não é necessário calcular o tamanho da espessura da camada limite relacionada. Este modelo foi desenvolvido especialmente para aplicações aeroespaciais envolvendo escoamentos próximos a paredes e vem mostrando bons resultados para camadas limites subjetivas e gradientes de pressão adversos. Ele também vem ganhando popularidade em aplicações em turbomáquinas.

Na sua forma original o modelo é eficiente para modelos de baixo número de Reynolds, precisando da região da camada limite afetada pela viscosidade para ser

resolvido apropriadamente. Entretanto o modelo foi acrescido de funções de parede quando a malhas nesta região não está suficientemente refinada. Isto o torna a melhor escolha para simulações relativamente cru em malhas grosseiras onde a precisão do escoamento turbulento não é critico. Alem do mais, os gradientes próximos a parede das variáveis de transporte no modelo são muito menores que os gradientes das variáveis de transporte. Isto torna o modelo menos sensível a erros numéricos quando são usadas malhas sem camada limite próximas a parede.

O modelo Spalart-Allmaras é relativamente novo e não é comprovado para todos os tipos de escoamentos complexos do interior dos motores. Ele não é indicado para dizer o decaimento de turbulências homogêneas e isotrópicas. Alem do mais, modelos de uma única equação são conhecidos por sua incapacidade de rápida acomodação de mudanças nas escalas de medidas, como as que ocorrem quando um fluido muda abruptamente de uma região próxima a parede para um escoamento livre.

#### 4.5.1. Equação de transporte para o modelo Spalart-Allmaras

A variável de transporte neste modelo,  $\tilde{v}$ , é idêntica a de viscosidade cinética turbulenta, exceto próximo a parede. A equação de transporte para  $\tilde{v}$  é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \tilde{v} u_i) = G_v + \frac{1}{\sigma_{\tilde{v}}} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2} \rho \left( \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_v + S_{\tilde{v}}$$

onde:

$G_v$  é a produção de viscosidade turbulenta

$Y_v$  é a destruição da viscosidade turbulenta que ocorre na região perto da parede devido à blocagem da mesma e ao amortecimento viscoso.

$\sigma_{\tilde{v}}$  e  $C_{b2}$  são constantes

$\nu$  é a viscosidade cinética molecular

$S_{\tilde{v}}$  É um termo fonte definido pelo usuário (ignorado na estimativa da tensão de Reynolds)

#### 4.5.2. Modelamento da viscosidade turbulenta

A viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , é computada de

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1}$$

onde o função de amortecimento viscoso,  $f_{v1}$ , é dado por

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3} \text{ e}$$

$$\chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$$

#### 4.5.3. Modelamento da produção de turbulência

O termo de produção,  $G_v$ , é modelada como:

$$G_v = C_{b1} \rho \tilde{S} \tilde{\nu} \text{ e}$$

$$\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \text{ e}$$

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$$

Onde:

$C_{b1}$  e  $\kappa$  são constantes

$d$  é a distancia da parede

$S$  é uma medida escalar do tensor de formaçāo

No modelo original proposto por Spalart e Allmaras,  $S$  é baseado na magnitude da vorticidade:

$$S \equiv \sqrt{2\Omega_j \Omega_j}$$

onde  $\Omega_j$  é a média do raio de rotação do tensor e é definida por

$$\Omega_j = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right)$$

A justificativa para a expressão original de  $S$  é que, para escoamentos colados à parede que eram mais interessantes quando o modelo foi formulado, a turbulência é encontrada apenas onde a vorticidade é gerada perto das paredes. Entretanto, se sabe que uma modificação deve ser feita na conta da tensão média da produção de turbulência, e uma modificação no modelo foi incorporada nos cálculos:

$$S \equiv |\Omega_{ij}| + C_{prod} \min(0, |S_{ij}| - |\Omega_{ij}|)$$

onde:

$$C_{prod} = 2,0$$

$$|\Omega_{ij}| \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$$

$$|S_{ij}| \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

com a taxa da tensão média,  $S_{ij}$ , definida como

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Incluindo os tensores de rotação e tensão se reduz a produção de viscosidade turbulenta e consequentemente reduz a si própria em regiões onde as medidas de vorticidade excede a taxa de tensão. Um exemplo são os escoamentos vorticais, como o escoamento próximo ao centro de um vórtice sujeito à rotação pura onde a turbulência é suprimida. Incluindo os tensores de rotação e tensão conseguimos soluções mais próximas da realidade para os efeitos de rotação e turbulência. A opção original (incluindo apenas o tensor de rotação) tende a aumentar a produção de viscosidade turbulenta, que acaba por aumentar a si mesma em alguns casos.

#### 4.5.4. Modelando a destruição da turbulência

O termo de destruição de turbulência é modelado como

$$Y_v = C_{w1} \rho f_w \left( \frac{\tilde{v}}{d} \right)^2$$

onde

$$f_w = g \left[ \frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right]^{1/6}$$

$$g = r + C_{w2} (r^6 - r)$$

$$r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}$$

onde:

$C_{w1}$ ,  $C_{w2}$  e  $C_{w3}$  são constantes

$$\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{v}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, \text{ já mencionado anteriormente.}$$

#### 4.5.5. Constantes modelos

Para as constantes foram assumidos os seguintes valores iniciais:

$$C_{b1} = 0,1355$$

$$C_{b2} = 0,622$$

$$\sigma_{\tilde{v}} = \frac{2}{3}$$

$$C_{v1} = 7,1$$

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma_{\tilde{v}}}$$

$$C_{w2} = 0,3$$

$$C_{w3} = 2,0$$

$$\kappa = 0,4187$$

#### 4.5.6. Condições na camada limite

Nas paredes a viscosidade cinemática turbulenta,  $\tilde{\nu}$ , é modificado para zero.

Quando a malha é refinada o bastante para resolver a subcamada laminar, a tensão de cisalhamento na parede é obtida pela relação seguinte

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{\rho u_\tau y}{\mu}$$

Se a malha é muito grosseira para resolver a subcamada laminar, se assume que o centróide da célula adjacente a parede recai numa região logarítmica da camada limite, e a lei da parede empregada é:

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln E \left( \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \right)$$

onde:

$u$  é a velocidade paralela a parede

$u_\tau$  é a velocidade de cisalhamento

$y$  é a distância da parede

$\kappa$  é a constante de Von Kármán (0,4187)

$E = 9,793$

#### 4.5.7. Modelo de transferência convectiva de calor e massa

O transporte turbulento de calor é modelado usando o conceito da analogia de Reynolds para a transferência do momento turbulento. A equação da energia modelada é dada como se segue:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i} [u_i(\rho E + p)] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( k + \frac{c_p \mu_t}{Pr_r} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} + u_i (\tau_{ij})_{eff} \right] + S_h$$

onde:

$k$ , neste caso, é a condutividade térmica

$E$  é a energia total

$(\tau_{ij})_{eff}$  é derivado do tensor tensão, definido como:

$$(\tau_{ij})_{eff} = \mu_{eff} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{ij}$$

O termo  $(\tau_{ij})_{eff}$  representa o calor viscoso, sempre utilizado em soluções acopladas. O valor original para o número de Prandtl turbulento é 0,85.

A transferência de massa turbulenta é tratada de maneira similar, com o valor inicial do numero de Schmidt turbulento de 0,7.

## 5. MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O MVF foi desenvolvido para a análise de problemas complexos de Mecânica dos Fluidos. As equações são obtidas através da realização de balanços da propriedade em questão (seja ela massa, quantidade de movimento, entalpia, etc.) nos volumes elementares, ou volumes finitos, ou então; integrando sobre um volume elementar, no espaço e no tempo.

O fato das equações aproximadas representarem a conservação ao nível de volumes elementares vem do fato que a solução da equação diferencial (por exemplo: Equação de Navier-Stokes) representa a conservação da propriedade em nível de ponto (infinitesimal).

Para a obter a solução é utilizado uma técnica de volume de controle que consiste:

- Divisão do domínio contínuo em volumes de controles discretos usando a malha computacional;
- Integração das equações nos volumes de controle individuais para construir equações algébricas para as variáveis discretas dependentes, tais como: velocidades e temperatura;
- Linearização das equações discretas e solução do sistema de equações lineares resultante para produzir valores atualizados das variáveis independentes.

A integração das equações diferenciais será mostrada para um conjunto de equações unidimensionais, sendo que estas podem ser facilmente estendidas para o caso bidimensional ou tridimensional. Sejam as equações diferenciais unidimensionais para continuidade, quantidade de movimento e quantidade escalar  $\phi$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u) = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + F \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u \cdot \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} + S_\phi \quad (5.3)$$

Essas equações podem ser integradas em relação ao volume de controle empregando o Teorema da Divergência:

$$\int_{\text{volum},y} \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u) dV = \int_A (\rho \cdot u) \cdot dA \quad (5.4)$$

A integração das equações 5.1, 5.2 e 5.3 nos dá os seguintes resultados:

$$\frac{M_p - M_p^0}{\Delta t} + \dot{M}_e - \dot{M}_w = 0 \quad (5.5)$$

$$\dot{M}_e \cdot u_e - \dot{M}_w \cdot u_w = -(p_e - p_w)A + \left[ \frac{\mu_e}{\Delta x_e}(\mu_e - \mu_p) - \frac{\mu_w}{\Delta x_w}(\mu_p - \mu_w) \right] A + S_\phi \quad (5.6)$$

$$M_e \cdot \phi_e - M_w \cdot \phi_w = \left( \Gamma_e \frac{\phi_e - \phi_p}{\Delta x_e} - \Gamma_w \frac{\phi_p - \phi_w}{\Delta x_w} \right) A + S_\phi \cdot \Delta V \quad (5.7)$$

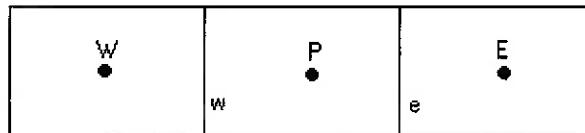


Figura. 5.1 - Esquema dos volumes de controle para discretização

As equações (5.5, 5.6 e 5.7) obtidas são equações algébricas que podem ser resolvidas dado que as variáveis indeterminadas ( $u$ ,  $p$  e  $\phi$ ) são interpoladas de uma maneira que relaciona seus valores nas faces do volume de controle aos valores no centro do volume de controle. O Procedimento de discretização se baseia no esquema ilustrado na figura abaixo.

A solução das equações expressa acima requerem: o cálculo da pressão nas faces do volume de controle ( $p_e$ ,  $p_w$ ), que se determine o fluxo nas faces ( $M_e$ ,  $M_w$ ), e a interpolação para relacionar os valores nas faces com os valores das incógnitas ( $u$  e  $\phi$ ) com os valores nos centros dos volumes de controle.

Os fluxos nas faces são obtidos de tal forma que as velocidades nas faces obedecem a um balanço médio do momento. Já as pressões nas faces são obtidas de tal forma que as velocidades armazenadas no centro da célula obedece ao balanço de massa.

### 5.1. Funções de interpolação para MVF

Ao discretizar uma equação de transporte que possua termos convectivos não nulos aparecerá, na equação discretizada, valores de  $\phi$  nas faces dos volumes de controle. Esses valores precisam ser interpolados entre os valores centrais dos volumes.

Tomando como exemplo um volume de controle unidimensional (direção x) e a seguinte equação de transporte:

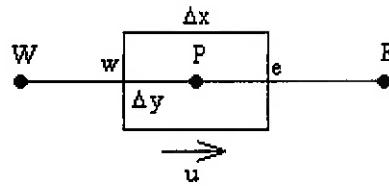


Figura 5.2: Volume de Controle unidimensional.

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \quad (5.8)$$

Integrando a equação acima no volume de controle resulta em:

$$M_e \cdot \phi_e - M_w \cdot \phi_w = D_e(\phi_e - \phi_p) + D_w(\phi_w - \phi_p) \quad (5.9)$$

onde:

Fluxos convectivos (vazão mássica):

$$M_e = \rho_e u_e \Delta y$$

$$M_w = \rho_w u_w \Delta y$$

Termos difusivos (viscosidade):

$$D_e = \Gamma_e \Delta y / \Delta x$$

$$D_w = \Gamma_w \Delta y / \Delta x$$

#### 5.1.1. UpWind de 1<sup>a</sup> ordem

A interpolação das variáveis nas faces é feita da seguinte forma:

$$\phi_e = \phi_p \text{ se } M_e > 0; \quad \phi_e = \phi_E \text{ se } M_e < 0.$$

$$\phi_w = \phi_W \text{ se } M_w > 0; \quad \phi_w = \phi_P \text{ se } M_w < 0.$$

A ordem de precisão deste método é de  $\Delta x$  (1<sup>a</sup> ordem).

### 5.1.2. Power Law

O valor da face de uma variável,  $\phi$ , é interpolado usando a exata solução de uma equação unidimensional convectiva-difusiva (5.10):

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{\exp(Pe \cdot \frac{x}{L}) - 1}{\exp(Pe) - 1} \quad (5.10)$$

onde :

$$\phi_0 = \phi \quad \text{p/ } x = 0;$$

$$\phi_L = \phi \quad \text{p/ } x = L.$$

e  $Pe$  é o número de Peclet, dado por:

$$Pe = \frac{\rho \cdot L \cdot u}{\Gamma} \quad (5.11)$$

Para escoamentos onde se predomina a convecção (Pe elevado), o método Power Law se torna idêntico ao UpWind de 1<sup>a</sup> ordem, gerando erros de 1<sup>a</sup> ordem.

### 5.1.3. UpWind de 2<sup>a</sup> ordem

Para esse método, os valores da variável nas faces são calculados ponderando os valores centrais dos volumes vizinhos:

$$\phi_e = \frac{3}{2} \phi_P - \frac{1}{2} \phi_W \quad (5.12)$$

$$\phi_w = \frac{3}{2} \phi_W - \frac{1}{2} \phi_P \quad (5.13)$$

Após a aproximação numérica, chega-se a uma matriz de coeficientes que geralmente apresenta alto índice de esparsidade, torna-se então fundamental escolher apropriadamente o método de solução do sistema linear, para que essa solução não leve um tempo exagerado.

Quando se utilizam malhas não estruturadas, como no caso em questão, cada volume pode ter um número diferente de vizinhos, o que origina matrizes com uma banda diagonal variável, e não matrizes tri, penta ou heptagonais quando se utilizam malhas estruturadas. Isto torna os métodos de solução de solução para sistema lineares mais elaborados.

#### 5.1.4. *Quick (Upwind de 3<sup>a</sup> ordem)*

Este método é o melhor método de interpolação disponível, por se tratar de um interpolação de terceira ordem dos volumes adjacentes. Porém, devido a complexidade de certas geometrias a solução numérica pode demorar muito para convergir. Portanto, quando se utiliza este método às vezes é necessário mudar os fatores de sub-relaxação para que a solução converta mais rapidamente. Entretanto, isso pode causar instabilidade ao problema, logo deve ser utilizado com cautela.

### 5.2. Tratamento do Acoplamento Pressão-Velocidade

Um dos problemas mais complexos da Dinâmica dos Fluidos Computacional é a determinação do campo de velocidades, devido ao delicado acoplamento entre a pressão e a velocidade, e as não-linearidades presentes nas equações do movimento (equações da conservação da quantidade de movimento).

Cada uma das equações diferenciais deverá ser representada por um sistema de equações algébricas lineares. Teremos, portanto, um sistema de sistemas de equações algébricas para ser resolvido. As equações aproximadas podem ser obtidas através de:

$$A_p \phi_p = \frac{M_p^0 \phi_p^0}{\Delta t} + \sum A_{nb} \phi_{Nb} + S_c \Delta V \quad (5.14)$$

$$\text{onde } A_p = \sum A_{Nb} - S_p \Delta V + \frac{M_p^0}{\Delta t} \quad (5.15)$$

para um volume elementar da seguinte forma:

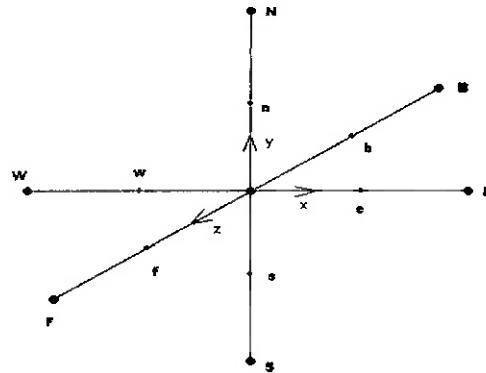


Figura 5.3 – Volume elementar

Para um escoamento tridimensional compressível, temos:

$$A_p u_p = A_e u_e + A_w u_w + A_n u_n + A_s u_s + A_f u_f + A_b u_b - L[P^u] \Delta V + B^u \quad (5.16)$$

$$A_p v_p = A_e v_e + A_w v_w + A_n v_n + A_s v_s + A_f v_f + A_b v_b - L[P^v] \Delta V + B^v \quad (5.17)$$

$$A_p w_p = A_e w_e + A_w w_w + A_n w_n + A_s w_s + A_f w_f + A_b w_b - L[P^w] \Delta V + B^w$$

(5.18)5

$$A_p T_p = A_e T_e + A_w T_w + A_n T_n + A_s T_s + A_f T_f + A_b T_b + B^T \quad (5.19)$$

$$\frac{M_p - M_p^0}{\Delta t} + \dot{M}_e - \dot{M}_w + \dot{M}_n - \dot{M}_s + \dot{M}_f - \dot{M}_b = 0 \quad (5.20)$$

$$p = p(\rho, T) \quad (5.21)$$

onde a equação (última) é a equação de estado, usada para o fechamento do problema, e  $u, v, w, p, T$  e  $\rho$  são as três componentes do vetor velocidade, a pressão estática, a temperatura e a massa específica.

A primeira decisão a ser tomada, ao se tentar resolver essas equações, é quanto à natureza da solução: segregada ou simultânea. A solução simultânea dos sistemas de equações algébricas cria uma única matriz, envolvendo todos os coeficientes e resolvendo todas as incógnitas, simultaneamente. O problema do acoplamento entre as variáveis desaparece, restando apenas as não-linearidades, que são consideradas resolvendo-se este grande sistema interativamente, atualizando-se a matriz dos coeficientes até a convergência.

Esta alternativa, no entanto, não é viável, uma vez que a dimensão da matriz resultante é fenomenal, apresentando um altíssimo índice de esparsidade. Por exemplo, em um problema tridimensional e incompressível com uma malha de 50.000 volumes, de porte médio, são 250.000 incógnitas, originando uma matriz com 62.500.000.000 elementos, dos quais apenas 0,0028% são não-nulos.

A alternativa viável é a solução segregada dos sistemas de equações, isto é, resolver os sistemas lineares um a um, atualizando os coeficientes. Na solução de cada sistema linear em particular, a prática é usar, também, métodos interativos de solução e não métodos diretos, pois os primeiros trabalham apenas com os não-zeros da matriz.

Ao se optar pela solução segregada, o problema dos acoplamentos entre as variáveis se destaca e, em CFD, um dos acoplamentos principais é o da pressão e velocidade.

A natureza segregada do processo de solução requer que cada variável tenha uma equação evolutiva para ser avançada. Pode-se perceber que para o nosso sistema de equações, as variáveis  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e  $T$  podem ser avançadas pela equação do movimento em cada direção e pela equação da energia, respectivamente. Para avançar a pressão, as coisas não são tão claras assim e dependem de o escoamento ser compressível ou incompressível. Para cada um desses escoamentos existe uma formulação adequada para atacar o problema.

### 5.2.1. *Método SIMPLE*

O método SIMPLE ( Semi IMPLICIT Linked Equations ), desenvolvido por Patankar e Spalding, escreva a pressão como a soma da melhor estimativa da pressão disponível,  $p^*$ , mais uma correção  $p'$  que é calculada de maneira a satisfazer a equação da continuidade, ou seja,  $p = p^* + p'$ .

A seqüência de cálculo envolve dois passos distintos: no primeiro, as velocidades são corrigidas de maneira a satisfazer a equação da conservação de massa; e, no segundo, as pressões são avançadas, para completar o ciclo interativo.

As equações para a correção das velocidades são obtidas a partir das equações do movimento. Se um campo de pressões  $p^*$  é introduzido nas equações (x,y,z) encontramos:

$$A_p u_p^* = A_e u_E^* + A_w u_W^* + A_n u_N^* + A_s u_S^* + A_f u_F^* + A_b u_B^* - L[P^u]^* \Delta V + B^u \quad (5.22)$$

$$A_p v_p^* = A_e v_E^* + A_w v_W^* + A_n v_N^* + A_s v_S^* + A_f v_F^* + A_b v_B^* - L[P^v]^* \Delta V + B^v \quad (5.23)$$

$$A_p w_p^* = A_e w_E^* + A_w w_W^* + A_n w_N^* + A_s w_S^* + A_f w_F^* + A_b w_B^* - L[P^w]^* \Delta V + B^w \quad (5.24)$$

Subtraindo as equações (5.22) a (5.24) das equações de movimento corretas (5.16) a (5.18), considerando os coeficientes e termos-fonte constantes, desprezando as diferenças  $u-u^*$ ,  $v-v^*$  e  $w-w^*$ , e reconhecendo que o operador  $[L]$  é o gradiente de pressão aproximado numericamente, encontramos as equações de correção das velocidades dadas por:

$$u_p = u_p^* - \frac{\Delta V}{A_p} \frac{\Delta p'}{\Delta x} \quad (5.25)$$

$$v_p = v_p^* - \frac{\Delta V}{A_p} \frac{\Delta p'}{\Delta y} \quad (5.26)$$

$$w_p = w_p^* - \frac{\Delta V}{A_p} \frac{\Delta p'}{\Delta z} \quad (5.27)$$

onde, os coeficientes  $A_p$  são diferentes para cada direção.

Substituindo as equações (5.25) a (5.27), escritas para as interfaces, dadas por:

$$u_e = u_e^* - \bar{d}_e^u (p_E^* - p_p^*) \quad (5.28)$$

$$u_w = u_w^* - \bar{d}_w^u (p_p^* - p_W^*) \quad (5.29)$$

$$v_n = v_n^* - \bar{d}_n^v (p_N^* - p_p^*) \quad (5.30)$$

$$v_s = v_s^* - \bar{d}_s^v (p_p^* - p_S^*) \quad (5.31)$$

$$w_f = w_f^* - \bar{d}_f^w (p_F^* - p_p^*) \quad (5.32)$$

$$w_b = w_b^* - \bar{d}_b^w (p_p^* - p_B^*) \quad (5.33)$$

na equação da conservação de massa aproximada, dada por:

$$\dot{M}_e - \dot{M}_w + \dot{M}_n - \dot{M}_s + \dot{M}_f - \dot{M}_b = 0 \quad (5.34)$$

obtém-se uma equação de Poisson para  $p'$ , na forma:

$$A_p \dot{p}_p = A_e \dot{p}_E + A_w \dot{p}_W + A_n \dot{p}_N + A_s \dot{p}_S + A_f \dot{p}_F + A_b \dot{p}_B - \nabla \cdot \vec{V}^* \quad (5.35)$$

onde  $\nabla \cdot \vec{V}^*$  é obtido aplicando a equação (5.34) ao vetor  $\vec{V}^*$ . Os coeficientes da equação (5.35) são dados por:

$$A_e = ((\Delta y \Delta z) \bar{d}_e^u)_e \quad (5.36)$$

$$A_w = ((\Delta y \Delta z) \bar{d}_w^u)_w \quad (5.37)$$

$$A_n = ((\Delta x \Delta z) \bar{d}_n^u)_n \quad (5.38)$$

$$A_s = ((\Delta x \Delta z) \bar{d}_s^u)_s \quad (5.39)$$

$$A_f = ((\Delta x \Delta y) \bar{d}_f^u)_f \quad (5.40)$$

$$A_b = ((\Delta x \Delta y) \bar{d}_b^u)_b \quad (5.41)$$

E, por sua vez:

$$\bar{d}_e^u = \left( \frac{(\Delta y \Delta z)}{A_p} \right)_e \quad (5.42)$$

enquanto as expressões para os outros  $\bar{d}$  podem ser facilmente obtidas por comparação.

Obtido  $p'$ , as velocidades  $u_e, u_w, v_n, v_s, w_f, w_b$  são corrigidas, obtendo-se um campo de velocidades que satisfaz a equação da conservação da massa.

O segundo passo é agora realizado, ou seja, a pressão  $p$  é obtida através de

$$p = p^* + p' \quad (5.43)$$

Para o novo ciclo interativo,  $p^*$  é feito igual ao novo  $p$  e um novo campo de velocidades estimado é calculado, dando-se seqüência ao mesmo processo, até obter-se a convergência dentro de parâmetros estipulados.

Pode-se dizer que a equação (5.43) não tem uma fundamentação física que a suporte. Ela não é obtida nem a partir da equação da conservação da massa nem da equação da conservação da quantidade de movimento. É apenas uma maneira simples de avançar os valores de  $p$ . A pressão  $p'$  tem um significado físico muito forte nas equações

(5.25) a (5.27), mas não o tem na equação (5.43). Esta é a razão por que é necessário aplicar um coeficiente de sub-relaxação severo em  $p'$ , do tipo:

$$p = p^* + \alpha p' \quad (5.44)$$

para que se possa obter a convergência do sistema de equações. O ciclo interativo completo para resolver o acoplamento pressão-velocidade usando o método SIMPLE é o seguinte:

1. Estimar os campos de velocidades e pressão ( $p^*$ ).
2. Calcular os coeficientes das equações do movimento para  $u$ ,  $v$  e  $w$ .
3. Resolver as equações do movimento, usando  $p^*$ , obtendo  $u^*$ ,  $v^*$  e  $w^*$ .
4. Resolver a equação (5.35) e obter  $p'$ .
5. Corrigir  $u^*$ ,  $v^*$  e  $w^*$ , obtendo o campo de velocidades que satisfaz a equação da continuidade.
6. Calcular  $p$  através da equação (5.43) ou (5.44).
7. Resolver as equações de conservação para outras variáveis, tais como, temperatura, concentração de massa, etc.
8. Fazer  $p^* = p$  e recomeçar no item (2) até a convergência.

Um detalhe importante do método SIMPLE de acoplamento pressão-velocidade, que usa equações de correção de velocidades, é que a solução do problema não depende das equações de correção, uma vez que as mesmas são equações auxiliares e não fazem parte do sistema de equações que está sendo resolvido. A influência das mesmas está na taxa de convergência. Por esta razão, é aconselhável ter uma equação de correção originária das equações que queremos resolver.

Uma das vantagens do método SIMPLE é o fato de não ser necessária a solução de um sistema linear para determinar a pressão. Entretanto, a velocidade de convergência é pequena.

### 5.2.2. Método SIMPLEC

O método SIMPLEC (SIMPLE Consistente) tem o procedimento quase idêntico ao SIMPLE, diferindo nas equações de correção de velocidades. No método SIMPLEC, não são desprezadas as diferenças  $u-u^*$ ,  $v-v^*$  e  $w-w^*$ , como no SIMPLE. Tomando a velocidade  $u$  como exemplo, considere as Equações (6.3) e (6.9) escritas na forma:

$$A_P u_P^* = \sum A_{nb} u_{NB}^* - L[P^u]^* \Delta V + B^u \quad (5.45)$$

$$A_P u_P = \sum A_{nb} u_{NB} - L[P^u] \Delta V + B^u \quad (5.46)$$

Subtraindo a Eq. (5.45) da Eq. (5.46), encontra-se:

$$A_P \dot{u}_P = \sum A_{nb} \dot{u}_{NB} - L[P^u]^* \Delta V + B^u \quad (5.47)$$

No método SIMPLE,  $\dot{u}_{NB}$  é desprezado. No método SIMPLEC, para tornar mais robusta a equação de correção das velocidades, é subtraído de ambos os lados da Eq. (5.47) o termo  $\sum A_{nb} \dot{u}_P$ , resultando em:

$$A_P \dot{u}_P - \sum A_{nb} \dot{u}_P = \sum A_{nb} (\dot{u}_{NB} - \dot{u}_P) - L[P^u]^* \Delta V \quad (5.48)$$

Agora, desprezam-se as diferenças das variações, ficando a equação de correção das velocidades como:

$$\dot{u}_P = u_P^* - \frac{L[P^u]^* \Delta V}{A_P - \sum A_{nb}} \quad (5.49)$$

$$\text{ou} \quad \dot{u}_P = u_P^* - \bar{d}_e^u L[P^u]^* \Delta x \quad (5.50)$$

A diferença entre o SIMPLEC e o SIMPLE está apenas na expressão do  $\bar{d}_e^u$ , em cujo denominador, agora, aparece a diferença entre o AP e  $\sum A_{nb}$ , e não apenas o AP, como no método SIMPLE. Tal efeito evita a severa sub-relaxação em  $p'$ , necessária no método SIMPLE para obter-se a convergência.

As expressões para as velocidades nas interfaces para o método SIMPLEC são, portanto, as mesmas do método SIMPLE com  $\bar{d}$  modificado. Todo o procedimento é idêntico.

## 6. GERAÇÃO DE MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS

Existem vários métodos numéricos utilizados para a resolução de problemas em CFD. Entre eles estão o método das diferenças finitas, método de elementos finitos, método espectral e método dos volumes finitos. Este último é utilizado nas simulações deste trabalho e terá uma descrição detalhada adiante. Todos estes métodos têm caráter “euleriano”, isto é, a análise é focada num espaço fixo em relação ao sistema de coordenadas adotado, e não na partícula. Desse modo, é necessário que se discretize o domínio do problema a fim de aplicarmos o método de resolução. É nisso que consiste a geração de malhas, da discretização do domínio em vários elementos de forma geral pré-determinada, com a finalidade de estabelecer a posição dos pontos (nós) para os quais serão calculadas as soluções pretendidas. A geração de malhas, a determinação das condições de contorno e condições iniciais e o ajuste dos parâmetros de solução constituem o que se costuma chamar de pré-processamento do problema.

A fase de geração de malhas é muito importante na medida em que a geração de uma malha válida num domínio com uma geometria complexa não é uma operação trivial e pode ter um custo bastante grande em termos de tempo de processamento. Além do mais, a criação de uma malha coerente com as características físicas do problema considerado é crucial, porque a qualidade da solução computada está fortemente relacionada com a qualidade da malha.

### 6.1. Noções gerais relativas a malhas

Uma malha de um domínio,  $\Omega$ , é definida por um conjunto,  $T_h$ , que consiste de um número finito de segmentos em uma dimensão, segmentos, triângulos e quadriláteros em duas dimensões e os elementos anteriores mais tetraedros, pentaedros e hexaedros em três dimensões. Os elementos,  $K$ , de tal malha devem satisfazer a um certo número de propriedades que serão introduzidas a seguir. A primeira diz respeito à *conformidade*, de acordo com a definição:

**Definição:**  $T_h$  é uma malha conforme de  $\Omega$  se as seguintes condições são satisfeitas:

1.  $\overline{\Omega} = \bigcup_{K \in T_h} K$
2. Todos os elementos de  $T_h$  têm interior de área (no caso bidimensional) ou volume (no caso tridimensional) não nulos
3. A interseção de dois elementos quaisquer de  $T_h$  se enquadra em um, e apenas um, dos seguintes casos:
  - conjunto vazio
  - um ponto comum aos dois elementos
  - uma aresta comum aos dois elementos
  - uma face comum aos dois elementos

Se  $T_h$  é uma malha conforme, então dizemos que ela representa  $\Omega$  de maneira conforme quanto a aspectos geométricos. Na prática,  $T_h$  é um particionamento de  $\Omega$ , tão preciso quanto possível. Quando  $\Omega$  não é um domínio poligonal (ou poliedral),  $T_h$  será apenas uma discretização aproximada do domínio.

Os elementos constituintes de uma malha devem geralmente satisfazer algumas propriedades específicas:

Propriedades geométricas:

- A variação dimensional entre dois elementos adjacentes tem que ser progressiva e descontinuidades de elementos para elementos não podem ser muito abruptas.
- A densidade de elementos em regiões de gradientes elevados de alguma grandeza envolvida no problema deve ser alta.
- Quando os elementos são do tipo triangular, deve-se evitar a presença de ângulos obtusos nos elementos.
- Os elementos devem se adequar às características anisótropicas do problema.

Propriedades de natureza física:

Essas propriedades estão fortemente ligadas aos aspectos físicos do problema em consideração. A configuração geral e individual dos elementos deve ser definida de acordo com o comportamento do problema.

Existem numerosos algoritmos para a construção de malhas bidimensionais e tridimensionais. A escolha do método está fortemente ligada à geometria do domínio considerado. As malhas geradas podem ser agrupadas em duas classes principais: *malhas estruturadas* e *malhas não-estruturadas*. Uma malha é chamada de estruturada se sua conectividade é do tipo de diferenças finitas. Uma malha é chamada de não-estruturada se sua conectividade é de qualquer outro tipo. Por *conectividade* de uma malha entendemos a definição da conexão entre seus vértices, em outras palavras, a conexão entre os nós globais de uma malha e os nós locais de cada elemento da malha.

Elucidando melhor os conceitos: para uma malha estruturada, a conectividade entre os nós é do tipo  $(i, j, k)$ , isto é, assumindo que índices de um certo nó sejam  $(i, j, k)$ , seu vizinho esquerdo terá os índices  $((i-1), j, k)$  e seu vizinho direito terá os índices  $((i+1), j, k)$ . Este tipo de malha é mais apropriado para geometrias simples e simétricas, tais como configurações quadrilaterais e hexaedrais. Para geometrias mais complexas, é necessário um tratamento especial para que este tipo de estruturação seja concebido. O presente trabalho lida com simulações que utilizam malhas não estruturadas, que por sua vez apresentam menos restrições geométricas, mas tem um custo computacional maior.

Podemos ainda dividir os diferentes algoritmos de geração de malha em sete classes:

*Métodos manuais ou semi-automáticos:* adequados para geometrias relativamente simples. Estão nessa classe os métodos enumerativos, nos quais os pontos, arestas, faces e elementos que compõe a malha são dados explicitamente; e métodos apropriados para situações geométricas particulares, como formas cilíndricas e hexaedrais, os quais usam propriedades específicas da geometria explicitamente e a conectividade é conhecida “*a priori*”.

*Métodos que utilizam mapeamento:* constroem a malha a partir do mapeamento, através de uma transformação conforme de um domínio, de uma malha de geometria simples.

*Métodos baseados na solução de um sistema de equações diferenciais a derivadas parciais:* essa abordagem se assemelha à segunda, mas aqui a função de mapeamento não é dada a princípio, mas é computada a partir da resolução de equações diferenciais a derivadas parciais, de forma a satisfazer certas propriedades de interesse, tais como densidade de elementos e ortogonalidade.

*Métodos baseados na deformação e modificação local de uma malha:* este método aplica-se principalmente a malhas de fácil obtenção, do tipo *quadtree*, em casos bidimensionais, ou *octree*, para casos tridimensionais. Nestes casos o domínio está encerrado num quadrilátero ou num paralelepípedo que é divido em subconjuntos na forma de caixas. Esses subconjuntos são construídos pela decomposição baseada em uma árvore quaternária (para dimensão 2) ou árvore octal (dimensão 3). A rede resultante é então utilizada para criar a malha desejada.

*Métodos que derivam a malha final, elemento por elemento, dos dados do contorno:* basicamente existem duas abordagens: métodos de frente progressiva (“advancing front methods”) e algoritmos baseados na construção de Voronoï-Delaunay. Estes métodos criam nós internos e elementos, começando da fronteira do domínio. Esta fronteira pode ser dada de maneira global (por exemplo, definidos de forma analítica) ou de maneira discreta (como uma lista de arestas de faces triangulares). Esta classe de métodos é de particular interesse neste trabalho, pois é a que o software de geração de malhas utilizado (Gambit 2.0.4) emprega.

*Métodos que utilizam a composição de malhas de subconjuntos baseados na modificação geométrica ou topológica dessas malhas:* neste caso, as malhas dos subconjuntos podem ser obtidas por qualquer um dos métodos anteriores. O problema é então dividido em um conjunto de “sub-problemas” de menor complexidade, que são então resolvidos por uma ou mais classes das anteriormente citadas e o resultado final é então obtido por transformações e a adição dos resultados parciais.

Assim sendo, percebe-se que as principais diferenças entre os algoritmos de geração de malhas estão na generalidade do método, principalmente com relação à geometria, e a variedade, quantidade e forma dos dados que tem que ser fornecida ao algoritmo.

O estabelecimento da noção de malha de tal forma que esta seja conveniente em termos da computação futura precede a escolha do método geral de concepção da malha. Escolhido o método, existem diferentes maneiras pelas quais ele pode ser implementado.

## 6.2. Descrição Geral

Uma malha tem que ser descrita de acordo com a sua aplicação. No caso de simulações de escoamentos externos, que é o que ocorre neste trabalho, são necessárias as definições de objetos sólidos e da zona fluida que os circunda. Nesta definição deverão estar contidas todas as informações necessárias considerando os vários passos na computação. Estas informações incluem geometria, condições de contorno. Elas podem ser agrupadas em três tipos:

- **Informação geométrica:**

Aqui se incluem a descrição da malha, ou seja, como seus elementos cobrem o domínio, e uma espécie de histórico que contenha toda a informação previamente utilizada na construção dos elementos. Também tem que estar descrito o tipo de elemento (segmento, triângulo, quadrilátero, tetraedro, pentaedro, hexaedro ou outro).

A maneira prática da descrição da malha se constitui na listagem dos vértices dos elementos, a conectividade, as coordenadas dos vértices e a topologia, que é a descrição das arestas e faces de um elemento pelos seus vértices.

- **Informações necessárias ao processamento:**

Encontram-se aqui agrupados os dados para computação das matrizes, solução dos sistemas e visualização dos resultados. Estas informações variam de acordo com o algoritmo numérico utilizado para a resolução do problema. Exemplos são o número e a lista dos nós dos elementos.

É preciso frisar que os nós e os vértices de um elemento podem coincidir ou não. Podem existir nós intermediários localizados nas arestas, faces ou interior do elemento. Convenciona-se então uma ordem de numeração, de modo a simplificar a representação dos elementos. A seguir são dados quatro exemplos de elementos triangulares, com os respectivos nós numerados e indicados:

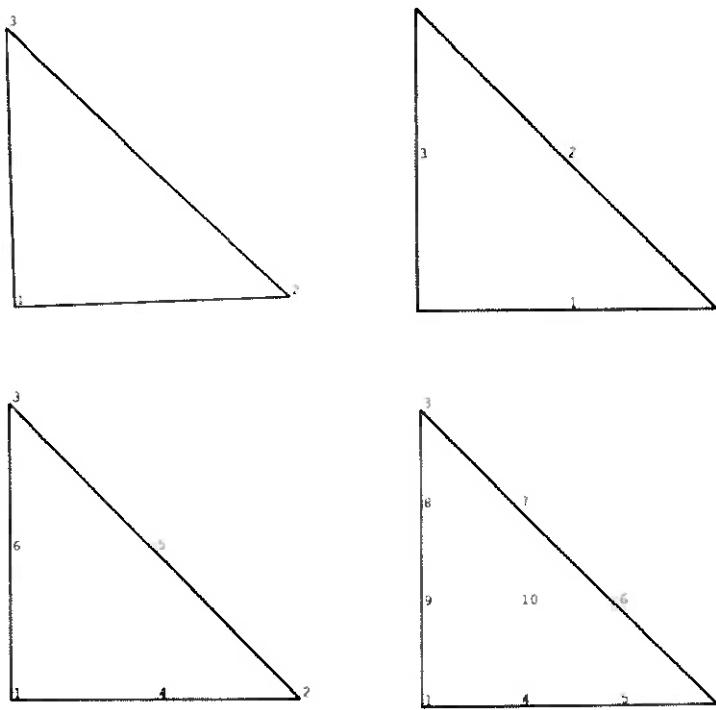


Figura 6.1: Diferentes numerações dos nós de um elemento triangular

- **Informações físicas:**

Nesta classificação estão as condições iniciais e de contorno e caracterização física dos elementos (material e propriedades, por exemplo).

### 6.3. Metodologia Geral para Criação de Malhas

A concepção de uma malha pode ser decomposta em três passos:

- Análise do problema;
- Definição formal do processo de geração da malha;
- A construção da malha propriamente dita.

O primeiro passo consiste na análise da geometria do domínio e do problema físico a ser resolvido. Essa análise deve ser feita segundo uma metodologia *top-down*, ou seja, na decomposição de um problema complexo numa série de problemas mais simples.

A construção formal da malha, que constitui o segundo passo, leva em conta os resultados da análise efetuada no primeiro passo e é baseada numa construção *bottom-up*, que é a definição de objetos simples tornando a solução do problema completo possível através da soma das soluções dos objetos.

Por último, a construção da malha propriamente dita é feita através do uso de um algoritmo apropriado de geração de malhas e consiste de duas fases: a definição do conjunto de dados relevantes e a geração real da malha.

### 6.4. Métodos de Frente Progressiva (Advancing Front Methods)

Aqui será feita uma introdução geral ao método empregado pelo software utilizado para gerar as malhas das simulações deste trabalho (Gambit 2.0.4). Esta classe de geradores de malhas foi desenvolvida entre as décadas de 70 e 80 e foi a primeira solução automática para a geração de malhas para domínios de geometrias arbitrárias. Basicamente, os algoritmos constroem a malha do domínio a partir da fronteira do mesmo. Os elementos utilizados são triângulos no caso bidimensional e tetraedros no caso tridimensional. Os dados demandados são as fronteiras do domínio ou, mais precisamente, sua discretização poligonal (para dimensão 2) descritos por uma lista de segmentos, ou sua discretização poliedral (para dimensão 3) descritos por uma lista de faces triangulares.

O processo é iterativo: uma frente, inicializada por um conjunto de itens da fronteira dada, é analisada a fim de estabelecer uma zona de partida, a partir da qual um ou mais elementos internos são criados; a frente é então atualizada e o processo de criação de elementos é repetido se a frente não for um conjunto vazio. O algoritmo pode ser sumariado da seguinte forma (veja também o esquema mostrado na Figura 9.2)

- Inicialização da frente;
- Análise da frente:
  - Determinação da zona de partida;
  - Análise da região:
    - Criação dos pontos internos e dos elementos internos;
    - Atualização da frente.
- Se a frente não for um conjunto vazio, ir para “Análise da frente”.

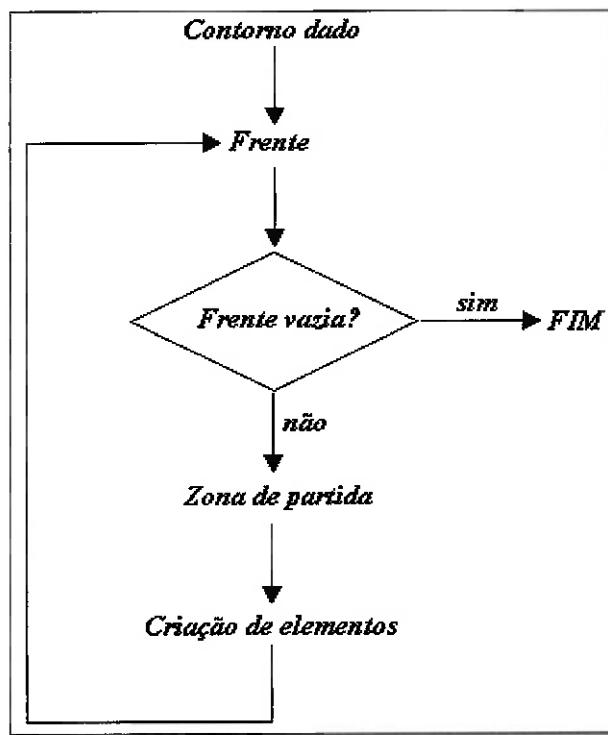


Figura 6.2: Esquema geral do método de frente progressiva.

A análise da frente e a criação dos elementos podem ser feitas de várias formas. Aqui serão descritas uma forma para o caso bidimensional e uma para o caso

tridimensional. Logo após são introduzidas algumas extensões que servem para controlar a criação dos pontos internos e dos elementos, de tal maneira que a malha resultante tenha algumas características particulares, como elementos isotrópicos, elementos anisotrópicos, etc.

### 6.5. Métodos de frente progressiva em duas dimensões

Como já foi exposto, este tipo de algoritmo constrói a malha do domínio  $\Omega$  com triângulos que partem do seu contorno. Na prática, uma aproximação poligonal do contorno é usada em termos de uma lista dos seus elementos constitutivos. O interior do domínio, ou seja, a zona a ser discretizada, está bem definida por causa da orientação do contorno servindo como dado de entrada. A frente inicial  $F$  é definida como o conjunto de segmentos da fronteira  $C$  descrevendo o domínio  $\Omega$ .

Dada  $F$ , pode-se detalhar a maneira pela qual os triângulos são criados. Enquanto o processo de criação dos triângulos internos progride, a fronteira  $C$  e a frente  $F$  são atualizadas. Considerando  $F$  o atual estado da frente, então sua análise é baseada no exame das propriedades geométricas dos seus elementos constituintes. Chamando de  $\alpha$  o ângulo formado por dois segmentos consecutivos da frente  $F$ , então são as três situações:

$\alpha < \frac{\pi}{2}$ , os dois segmentos com ângulo  $\alpha$  são mantidos e tornam-se dois lados do

triângulo criado (Figura 6.3);

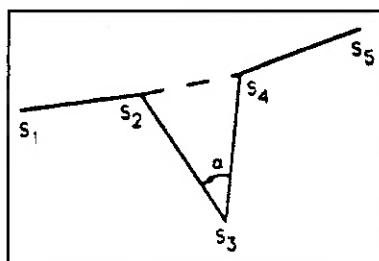


Figura 6.3: Padrão 1

$\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{2\pi}{3}$ , dos dois segmentos com ângulo  $\alpha$ , um ponto interno e dois triângulos são gerados (Figura 6.4);

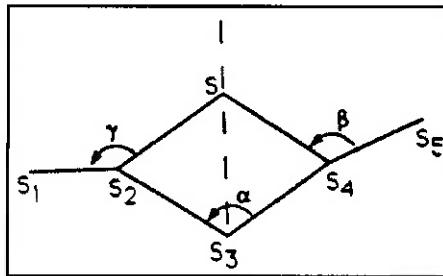


Figura 6.4: Padrão 2

$\frac{2\pi}{3} < \alpha$ , um segmento é mantido, um triângulo é criado com este segmento

sendo um dos lados e um ponto interno (Figura 6.5);

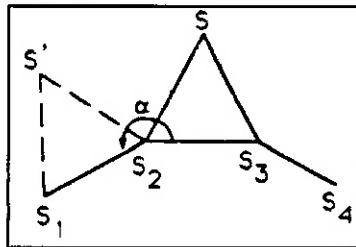


Figura 6.5: Padrão 3

As posições dos pontos internos criados são definidas de forma que sejam ótimas, significando que os elementos que têm esses pontos como vértices sejam os mais regulares possíveis. No caso do padrão 2, o vértice é gerado na linha bissetriz do ângulo  $\alpha$  a uma distância computada a partir dos respectivos comprimentos das arestas da zona de partida: a localização deste ponto interno  $S$  é calculada pela fórmula:

$$d_{SS_1} = \frac{1}{6} (2d_{S_2S_1} + 2d_{S_3S_1} + d_{S_1S_2} + d_{S_1S_3}) \quad (7.1)$$

no caso dos ângulos  $\beta$  e  $\gamma$  (Figura 6.3) terem seus valores entre  $\pi/5$  e  $2\pi - \pi/5$  radianos (o valor  $\pi/5$  é empírico). Para outros casos, o padrão 1 é utilizado. No caso do padrão 3, um triângulo o mais próximo de um equilátero possível é formado usando o segmento mais curto da zona de partida.

Na criação de cada ponto, é necessário verificar se o ponto está dentro do domínio ainda não coberto pelos elementos já construídos. Isto quer dizer cada ponto criado tem que estar dentro do domínio considerado e fora de qualquer elemento existente. Essa verificação, crucial para este tipo de método, baseia-se no conhecimento exato da vizinhança da zona que está sendo criada. No caso bidimensional, um ponto será interno se a intersecção de todos as arestas que dele partem com qualquer aresta da frente é um conjunto vazio. No caso de domínios com um ou mais loops internos (“buracos”), é necessário considerar ainda a condição de que nenhum triângulo formado com o ponto em questão contenha um ponto, em qualquer segmento, do contorno de qualquer loop interno presente.

Uma nova frente  $F$  é formada pela supressão dos segmentos que pertençam aos triângulos criados e à antiga frente; e pela adição dos novos segmentos dos triângulos criados, que não sejam comuns a dois elementos. O estado atualizado de  $F$  é então processado da mesma forma. A Figura 6.6 mostra vários estados da frente em evolução correspondendo ao domínio mostrado na Figura 6.7. Uma vez que  $F$  seja um conjunto vazio, a malha final está constituída.

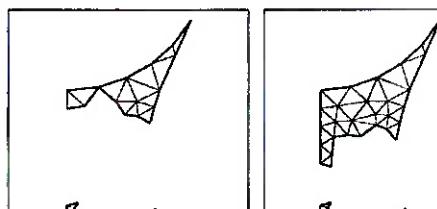


Figura 6.6: Estados da frente progressiva

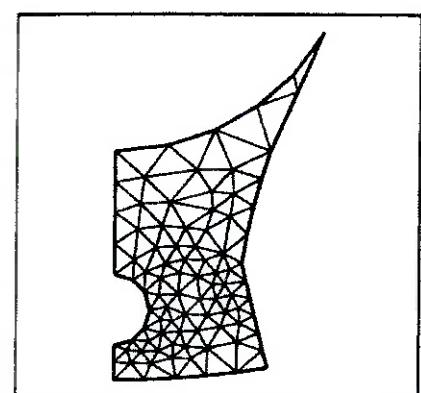


Figura 6.7: Malha final

No caso de domínios fortemente não convexos, o método pode não convergir. Além disso, uma variação muito aguda na distribuição dos pontos na fronteira pode produzir um resultado negativo similar. Para sanar este problema, consideram-se apenas

subconjuntos primários adequados, ou um método diferente tem que ser usado. De fato, este resultado negativo é uma consequência da dificuldade em provar a validade do método teoricamente, mas uma implementação mais astuta pode superar este problema.

A triangulação obtida está claramente relacionada ao número e localização relativa dos pontos que discretizam a fronteira. Assim, especificando os pontos da fronteira adequadamente, é possível obter uma densidade variável de elementos em certas regiões da malha.

A malha final pode ser polida a fim de obter triângulos de melhor qualidade. Este processo corrige a posição dos pontos criados usando informações locais globalmente. O resultado é mostrado na Figura 6.8.

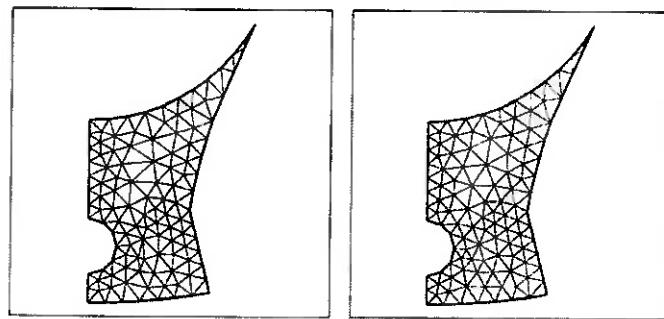


Figura 6.8: Malha antes e depois de ser polida

Existem numerosas variações do método de frente progressiva. Em particular, a zona de partida pode ser escolhida como:

Uma parte do contorno tal que seus elementos constitutivos satisfaçam certas condições (a Figura 6.5 ilustra o resultado de um algoritmo pertencente a esse grupo);

A fronteira inteira constitui a frente, e seus elementos constitutivos participam da criação de elementos numa ordem pré-definida.

A primeira abordagem se aplica especialmente a zonas particulares, por exemplo, aquelas que contém ângulos pequenos. A segunda abordagem produz uma inflação da frente inicial (Figura 6.9) ou a propagação de uma linha inicial (**Erro! A origem da referência não foi encontrada.** 6.10).

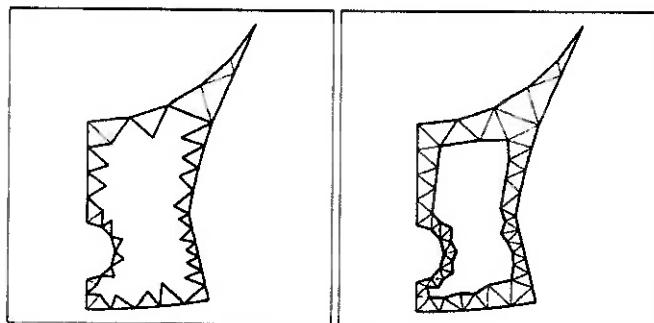


Figura 6.9: Frente progredindo por inflação

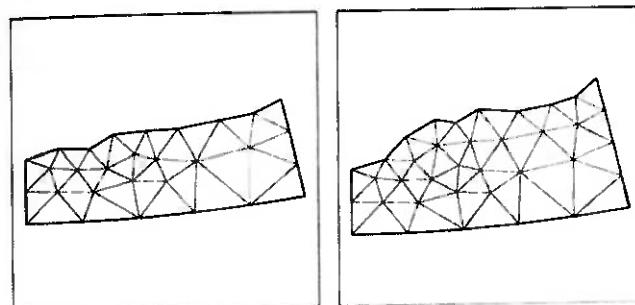


Figura 6.10: Frente progredindo pelo avanço de uma linha

Este método pode também ser aplicado para a criação de quadriláteros. Baseado no mesmo princípio, o algoritmo intenta em criar quadriláteros com a forma a mais regular possível. Este processo utiliza triângulos em locais impossíveis de serem cobertos por um quadrilátero ou uma combinação deles.

## 7. PROGRAMAS UTILIZADOS

### 7.1. Rhinoceros

Utilizado por projetistas e designs gráficos, o Rhinoceros foi o software utilizado na criação do modelo. Ele é um software de criação de NURBS (Non Uniform Rational B-Spline) para projetista. Os NURBS são representações matemáticas de geometrias 3D que podem ser discretizadas em qualquer corte por uma linha, arco ou curva 2D.

Além da sua flexibilidade e acurácia, utilizado para descrever a mais complexa das geometrias, Possui ainda varias ferramentas estéticas, que não foram utilizadas neste trabalho, mas que podem ser utilizadas para produzir figuras de cunho propagandístico. Alguns destes exemplos estão mostrados nas figura 7.1.



Figura 7.1: Desenhos gerados pelo Rhinoceros

É necessário um certo cuidado quando usado em escalas muito pequenas devido a erros numéricos introduzidos na criação das NURBS, sendo muitas vezes necessárias modificações manuais nos pontos que as compõe. Outro problema encontrado é a ausência de ferramentas comuns em softwares de CAD, como, por exemplo, unir unidades geométricas.

Este programa pode exportar geometrias em quase todos os formatos utilizados pelos atuais programas de criação de geometrias. No caso deste trabalho as geometrias foram exportadas em “.sat”.

## 7.2. Gambit

Na criação da malha foi utilizado o Gambit. Ele apresenta uma interface de criação amigável e restrita a geração de desenhos a partir de operações booleanas com geometrias simples (cubos, esferas, cilindros, etc.). O Gambit foi escolhido como gerador de malha devido a sua praticidade na geração de malhas e sua grande intercambialidade na importação de geometrias criadas em diversos programas de CAD, além de ser o pré-processador do Fluent.

Diferentes problemas de CDF (Computational Fluid Dynamic) exigem diferentes tipos de malhas. Através de uma gama de ferramentas e opções é possível escolher de que tipo e maneira a malha será gerada (tetraédrica, estruturada, mista) e verificar a qualidade desta, propor regiões de refinamento e criação de camada limite.

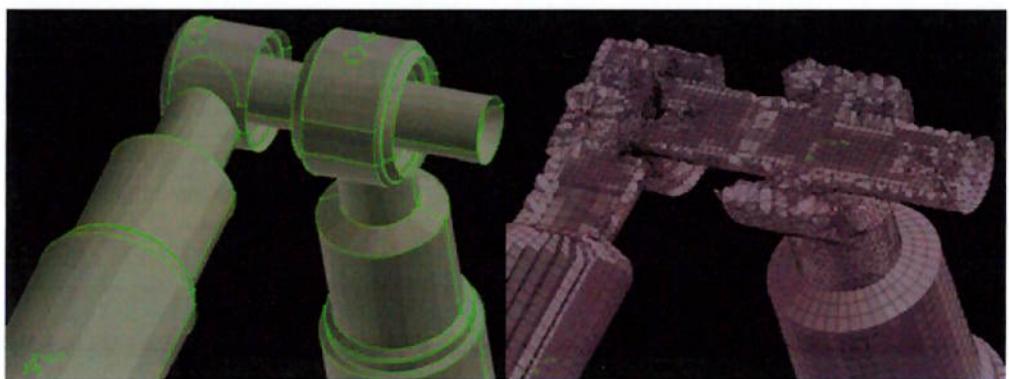


Figura 7.2: Malha gerada pelo Gambit

Para gerar as malhas foram utilizados elementos tetraédricos. A malha foi especialmente refinada em regiões onde já era esperada uma grande variação de pressões e velocidade, como cantos e possíveis regiões de descolamento.

### 7.3. Fluent

O grupo Fluent é o maior provedor mundial de softwares de CFD e de serviços de consultoria. Seus softwares são usados para simulação, visualização e análise de escoamentos fluidos, transferência de calor e de massa, ruídos induzidos por escoamentos e reações químicas. É uma parte vital em processos de CAE (Computer Aided Engineering) para companhias no mundo todo.

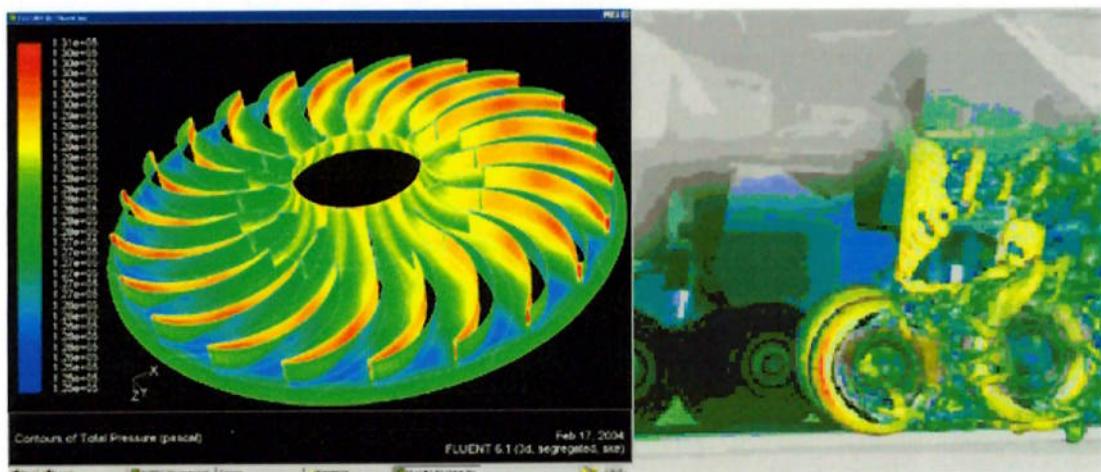


Figura 7.3: Resultados gerados pelo Fluent.

Os softwares Fluent são usados extensivamente na indústria automotiva mundial, tanto nos projetos de carros disponíveis no mercado como nos carros desenvolvidos pelas equipes de corrida. Outros bons exemplos são as indústrias naval, aeronáutica, química e offshore.

## 8. PARÂMETROS DE PROJETO

Primeiramente foi decidido em conjunto com a equipe o conceito que o carro teria. Foi decidido que o carro seria otimizado para as regras e o circuito do World Solar Challenge. Com este objetivo o carro conceito teria que ter um coeficiente de arrasto mínimo com boa estabilidade a altas velocidades.

Para as simulações foi utilizado como entrada:

- Fluido: ar
  - Densidade =  $1,225 \text{ kg/m}^3$ ;
  - $C_p = 1006,43 \text{ J/(kg K)}$ ;
  - Cond. Térmica =  $0,0242 \text{ W/(m.K)}$ ;
  - Viscosidade =  $1,7894 \text{ kg/(m s)}$ ;
- Escoamento tridimensional;
- Escoamento Incompressível;
- Sem troca de calor;
- Velocidade = 75 km/h.

O estudo foi iniciado com o estudo separado de cada uma das partes principais que constituem o carro. Estas partes são: o corpo do carro, o canopi e as carenagens das rodas (wheelfairings).

Alguns parâmetros, como a distância do carro do solo, largura máxima (1,80m), comprimento do carro (5m) entre outros são especificados pelas regras. Com base nestas regras e a influência delas nos outros subgrupos foi dada os parâmetros iniciais limites para iniciar o projeto.

## 9. CORPO DO CARRO

O objetivo no corpo do carro é maximizar o escoamento laminar, ter uma pequena área frontal e eliminar qualquer sorvedouro de potência, como a geração desnecessária de vórtices.

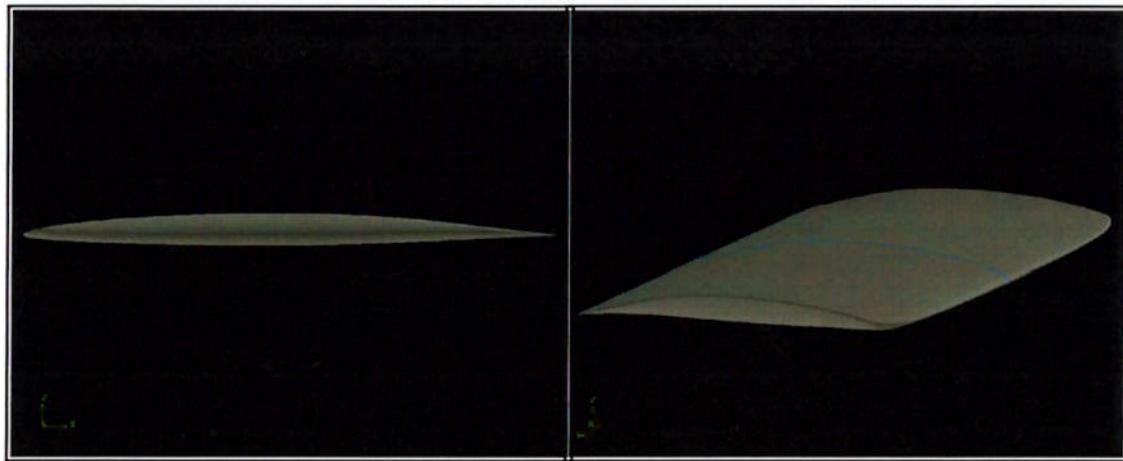


Figura 9.1: Perfil NACA 66 escolhido para corpo do carro

Com base nestas premissas foi escolhido que o corpo do carro seria no formato de um perfil NACA 66, que maximiza o escoamento laminar (figura 9.1). Algumas simulações foram feitas para estudar o comportamento do fluido nesta geometria, conforme pode ser visto na figura 9.2.

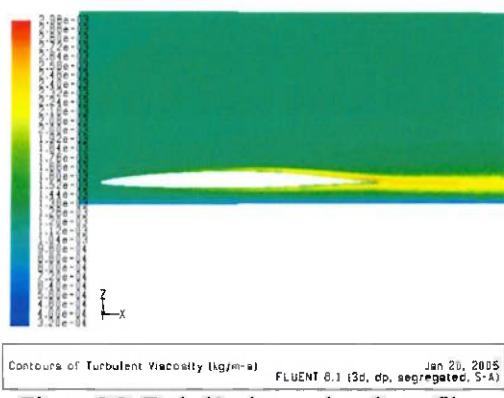


Figura 9.2: Turbulência gerada pelo perfil

Na elaboração deste perfil também foi levado em consideração o efeito causado pela proximidade com o solo (figura 9.3). Este efeito gera diferenças de pressão

entre a parte superior e inferior do carro, pois a velocidade do ar na região inferior do carro é acelerada, diminuindo a pressão. Essa diferença de pressões gera vórtices.

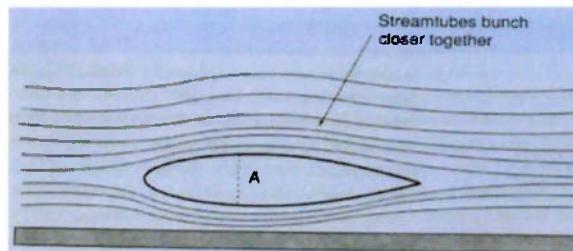


Fig.9.3: Efeito Solo

Este efeito foi anulado fazendo o corpo com diferentes curvaturas, sendo a superior mais curva do que a inferior, como exemplifica a figura 9.4.

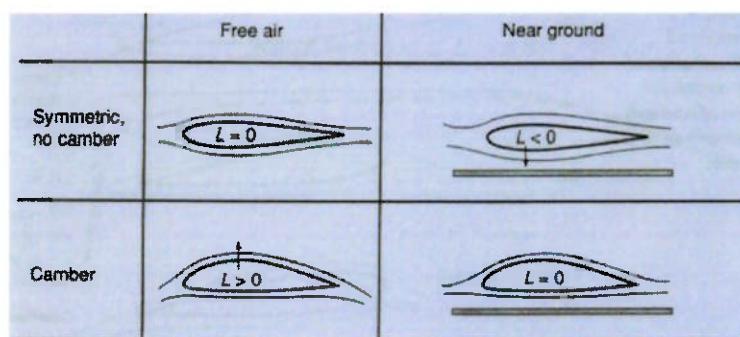


Figura 9.4: Anulação do efeito solo por diferença de curvaturas

A otimização disto foi feita através de estudos numéricos (Figura 9.5). O ajuste fino para se eliminar as diferenças de pressões será feito através da suspensão.

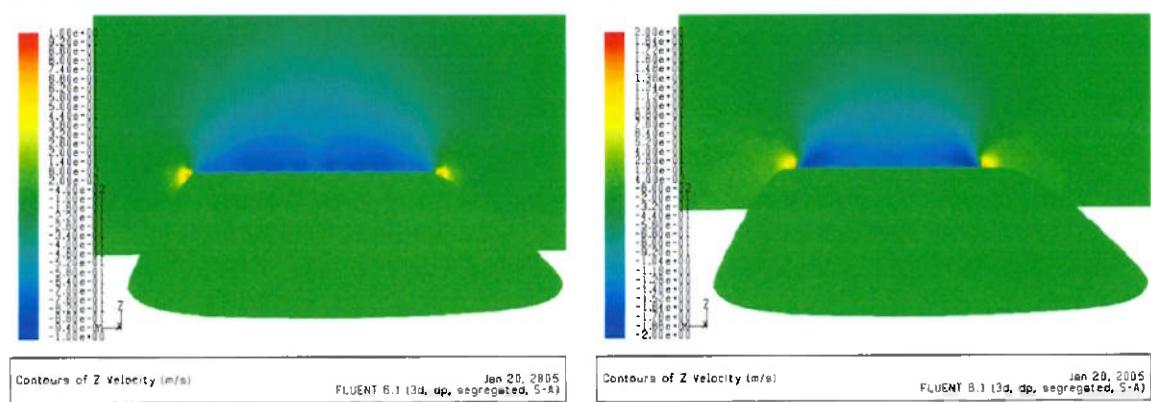


Figura.9.5: Diferença de pressões entre a parte superior e inferior do carro

Para minimizar o arrasto lateral causado pelos ventos laterais também foi feita curvatura transversal na parte inferior do carro. Isto não foi feito na parte superior do carro, pois essa região será coberta com células solares e estas não admitem dupla curvatura. Foi admitido nas simulações um vento lateral de 20 km/h. Na figura 9.6 podemos observar a distribuição de pressões na carenagem e a geração de turbulência. Neste estudo foi encontrado um “downforce” de 170 N. Esse dado será importante no dimensionamento da suspensão.

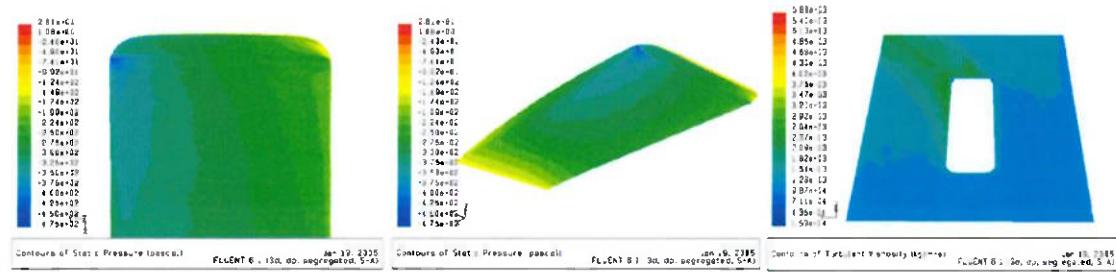


Figura 9.6: Influência de ventos laterais no escoamento e no corpo do carro

## 10. CANOPI

O canopi é a bolha protetora onde fica a cabeça do piloto, por onde ele enxerga a pista.

O objetivo no canopi foi minimizar ao máximo as perdas por arrasto e perdas de espaço onde podem ser colocadas células solares. Foi utilizado como entradas iniciais dados fornecidos pela equipe de ergonomia, onde foram definidas as dimensões mínimas que a bolha deveria ter (baseados no tamanho do capacete, localização dos retrovisores, disposição do painel, etc.).

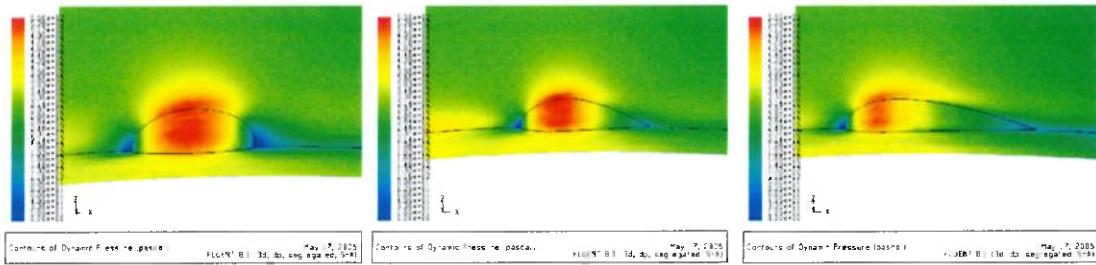


Figura.10.1: Distribuição de pressão ao redor dos possíveis perfis de canopis

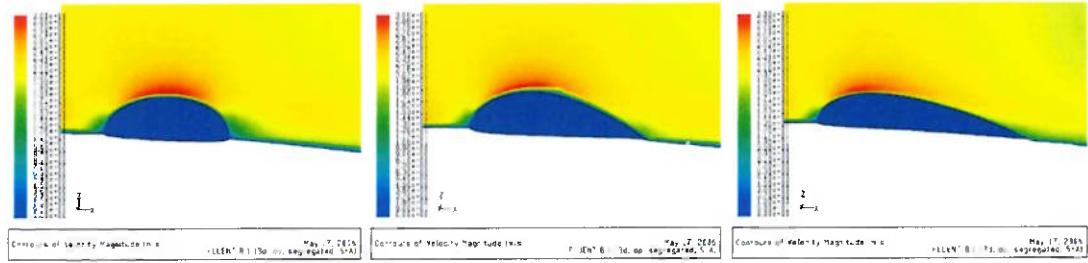


Figura.10.2: Distribuição de velocidade ao redor dos possíveis perfis de canopis

Os estudos foram feitos com diferentes geometrias, com bolhas de diferentes tamanhos de caudas. Neste estudo foi definido aproximadamente o ponto de descolamento do fluido e com isso foi definido o tamanho da bolha, conforme podemos ver nas figuras 10.1 e 10.2.

Apenas definir o ponto de descolamento não é o suficiente. Quando aumentamos o tamanho da bolha estamos perdendo área onde poderiam ser colocadas células solares. Foi iniciado então um estudo para determinar se a potência perdida pela não colocação dessas células era compensada pelo ganho aerodinâmico. Este estudo foi

feito nas diferentes bolhas, e a que obteve melhor desempenho foi a segunda bolha apresentada nas figuras. Ela possue as dimensões mínimas para que não ocorra descolamento e apenas se as regiões na cauda e superior do canopi forem cobertas com células. Este estudo não apresentou resultados muito conclusivos e resultados melhores serão obtidos futuramente com experimentos em escala reduzida que serão realizados no canal de água recirculante.

## 11. WHEELFAIRINGS

Os wheelfairings são a carenagem das rodas. Neste estudo foi levado em consideração o volume ocupado pela roda, motor e estrutura no interior da carenagem. Estes foram os parâmetros iniciais do projeto. O perfil das rodas foi criado no Rhinoceros ao redor dos modelos das rodas como mostra a figura 11.1.

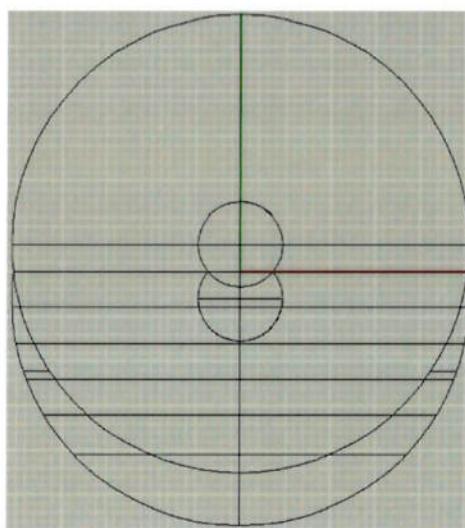


Figura 11.1: Possíveis deslocamentos que a roda pode realizar devido ao curso da suspensão

Devido aos variados efeitos que ocorrem na parte inferior, devido ao efeito solo e wheelfairings, o escoamento nesta região pode ser considerado turbulento na região de estudo. Logo, para modelarmos os wheelfairings foram utilizados perfis NACA 4 dígitos. Este perfil apresenta baixos coeficientes de arrasto em escoamentos turbulentos.

Foram simuladas diferentes configurações frontais dos wheelfairings para com isso determinar a que apresentava distribuições de pressões mais comportadas, sem variações bruscas. Devemos lembrar que a recuperação de pressão deve ser feita de maneira suave, mas isso levaria ao aumento da área lateral, o que prejudicaria muito os pneus devido ao arrasto causado pelos ventos laterais. Logo essa recuperação foi feita de maneira proporcional, depois de definido o “melhor” dígito do NACA. Como temos um

retângulo de deslocamento da roda para diferentes cotas, que limita o tamanho do NACA utilizado. Estas diferentes geometrias foram modeladas de maneira a suavizar a geometria, sem mudanças bruscas na superfície.

Os perfis estudados estão apresentados a seguir:

Um primeiro caso estudado foi o com a entrada o wheelfairing entrando quase perpendicular com na carenagem. Neste caso foi observadas uma grande concentrações de pressões na região próxima ao corpo do carro (Figura 11.2).

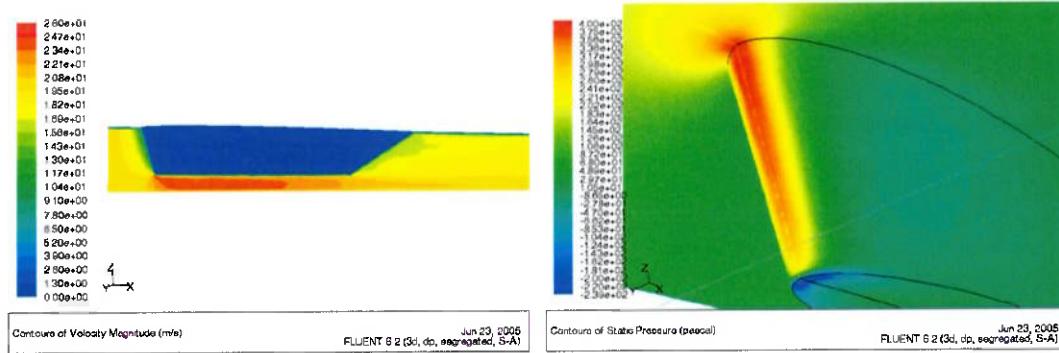


Figura 11.2 Distribuição de velocidades e pressão ao redor do primeiro

Num segundo caso, com o wheelfairing ainda reto, mas desta vez entrando na carenagem com um ângulo um pouco menos acentuado. Neste caso também pode ser observado concentrações de pressão na região próxima a carenagem (Figura 11.3).

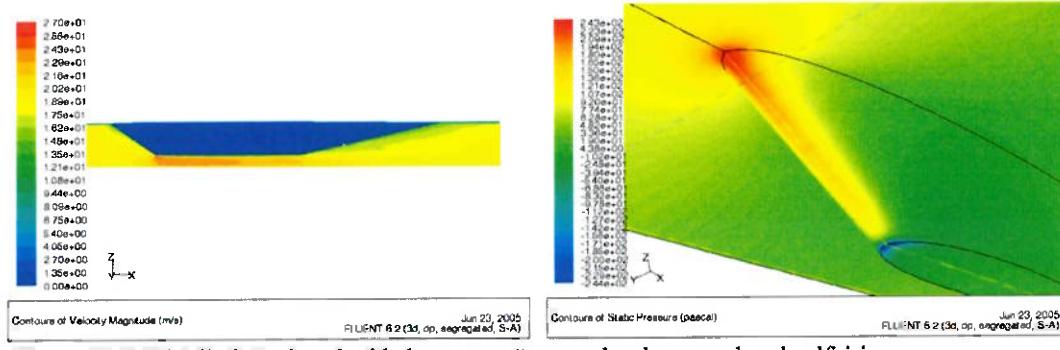


Figura 11.3: Distribuição de velocidades e pressão ao redor do segundo wheelfairing

O terceiro caso estudado foi com o wheelfairing entrando suavemente na carenagem e aumentando gradativamente o ângulo de inclinação.

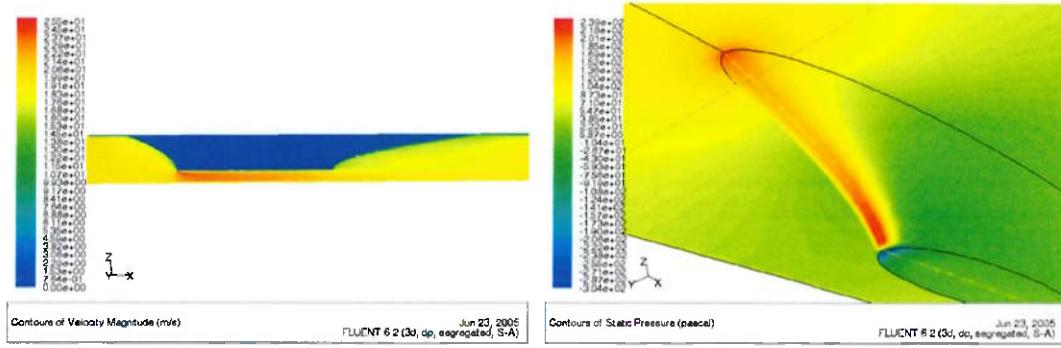


Figura 11.4: Distribuição de velocidades e pressão ao redor do segundo wheelfairing

Neste caso o problema de concentrações de pressão na região próxima ao corpo foi resolvido, mas podemos observar que criou-se uma outra região crítica na parte do wheelfairing mais próxima ao chão (figura 11.4).

Depois destes experimentos foi definido que o melhor modelo é dado por um wheelfairing que possue um entrada pouco acentuada, mas que termine com algum ângulo na parte inferior do carro. Assim ficou definido que a configuração utilizada será o da figura 11.5.

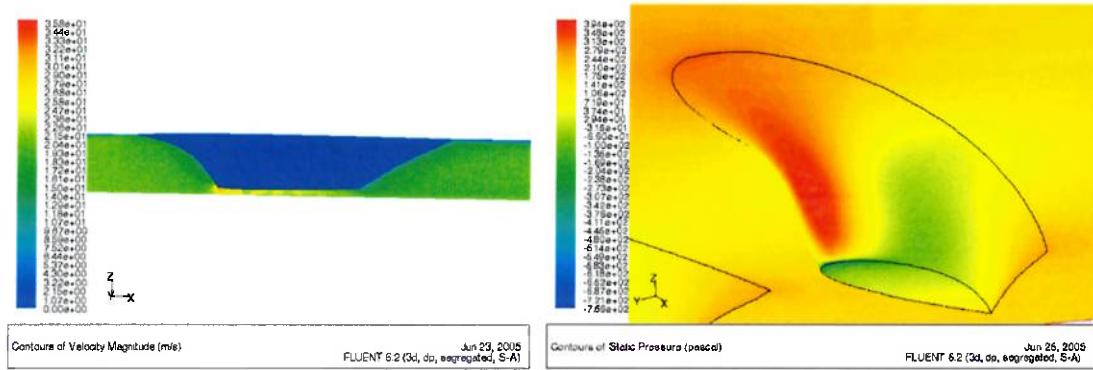


Figura 11.5: Distribuição de velocidades e pressão configuração otimizada do wheelfairing

Com os wheelfairings dianteiros ocorre um outro fenômeno que não pode ser desprezado. Eles interagem entre si, assim como no efeito solo, portanto eles não possuem um eixo de simetria, eles precisam ter curvaturas internas e externas diferentes. O quanto diferente elas devem ser foi determinado através de simulações e os resultados estão apresentados na figura 11.6 ao lado.

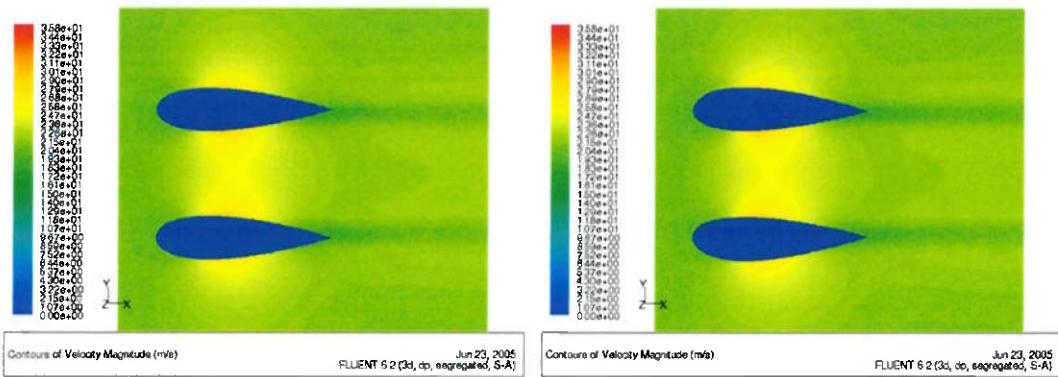


Figura 11.6: Efeito dos wheelfairing entre si

No primeiro caso a curvatura interna é igual à curvatura externa. Isso gera uma pressão interna entre eles e consequente aumento do arrasto induzido. O segundo caso é a configuração otimizada, onde o somatório das forças internas e externas do wheelfairing se anula.

As quinas nas partes inferiores dos wheelfairings apresentaram grandes variações de pressão e possíveis descolamentos. Estas regiões foram arredondadas posteriormente, mas não foram realizados novos testes.

## 12. CONJUNTO

Definido o perfil de cada uma das partes em separado foi elaborado o desenho final de como deve ficar o carro. Foram feitas novas simulações com o conjunto e serão feitas otimizações. Algumas vistas do desenho final estão apresentadas baixo.

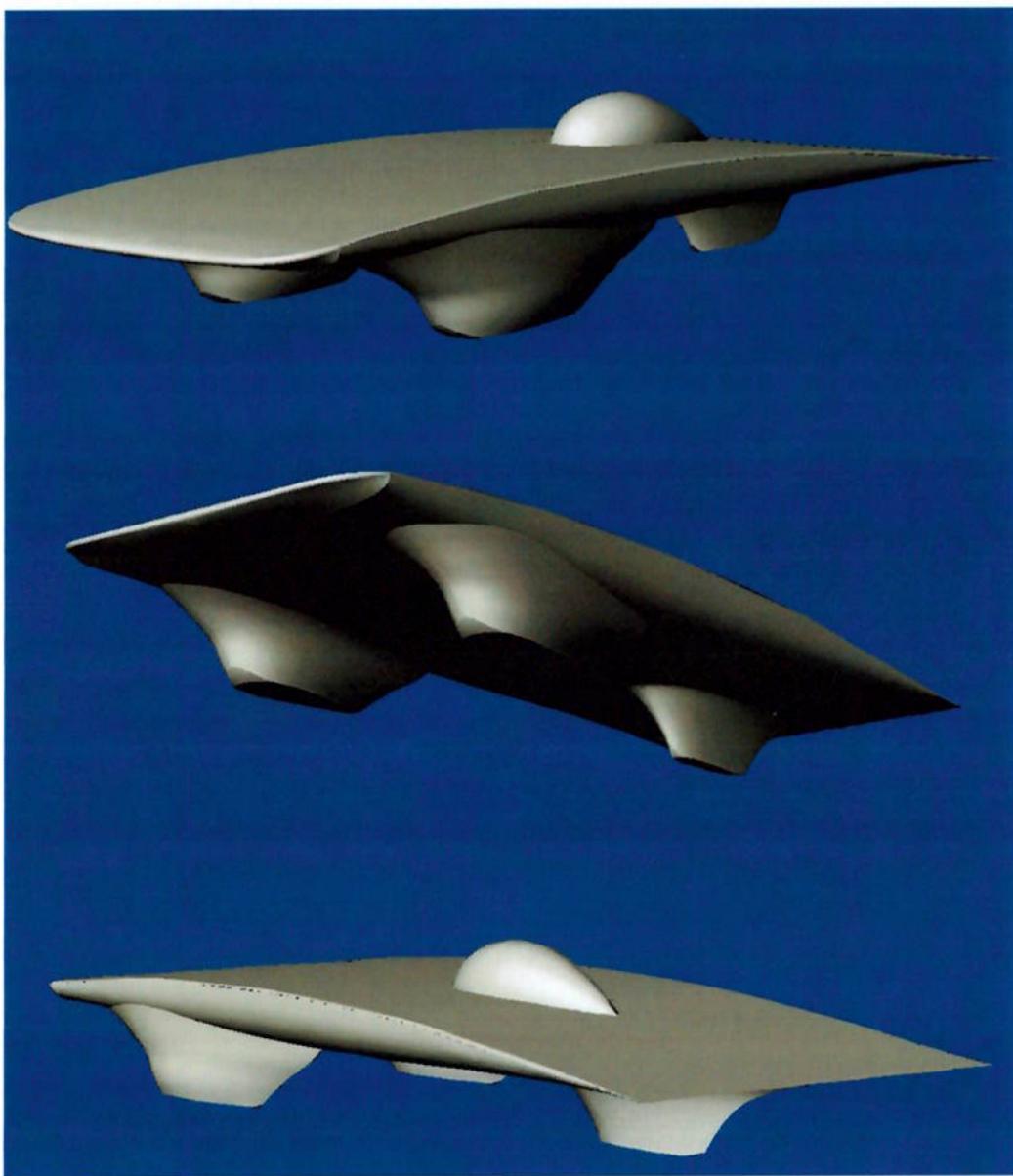


Figura 12.1: Desenhos de conjunto—vistas isométricas

### 12.1. Simulações e resultados numéricos sem vento.

Com o primeiro desenho de conjunto determinado foram feitas as primeiras simulações para com se determinar os pontos mais críticos, onde existem regiões de descolamento do fluido. Estas regiões não são desejadas, pois aumentam demasiadamente o arrasto.

Através dos contornos de pressão estática (figuras 12.2, 12.3 E 12.4) é possível observar pontos de estagnação (regiões em avermelhadas) e os pontos de baixa pressão (regiões azuladas). O desejado para a diminuição do arrasto é a menor a incidência possível de regiões desses tipos, pois elas significam regiões onde foi gasta energia para acelerar ou desacelerar o fluido (no caso o ar).

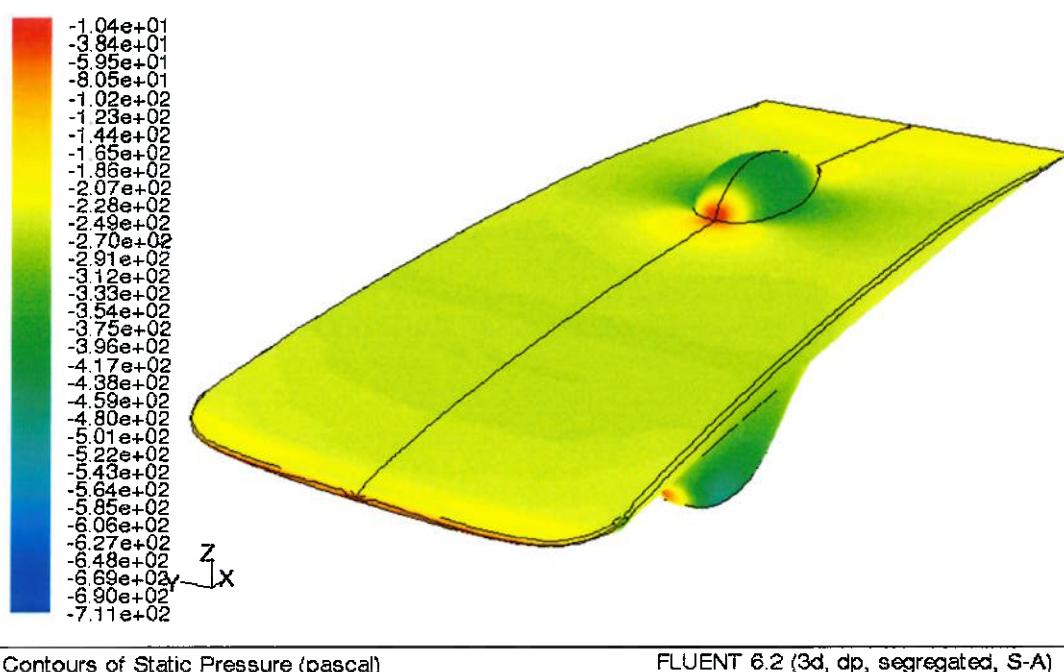


Figura 12.2: Contorno de pressão estática do conjunto – vista isométrica.

Na figura 12.2 não é identificada nenhuma região onde se possam fazer modificações para melhorar o escoamento. As regiões onde apresentam gasto de energia são necessárias.

Na figura 12.3 podem ser identificadas regiões onde ocorrem variações desnecessárias.

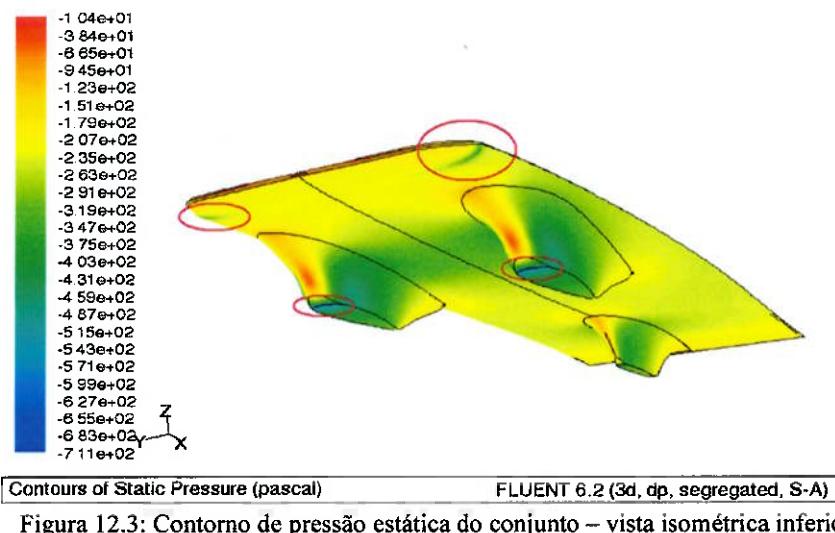


Figura 12.3: Contorno de pressão estática do conjunto – vista isométrica inferior

Na parte mais próxima do “bico” do carro existem regiões que precisam ser alteradas, pois estão apresentando curvatura muito acentuada e possivelmente aumentado a geração de vórtices (figura 12.3).

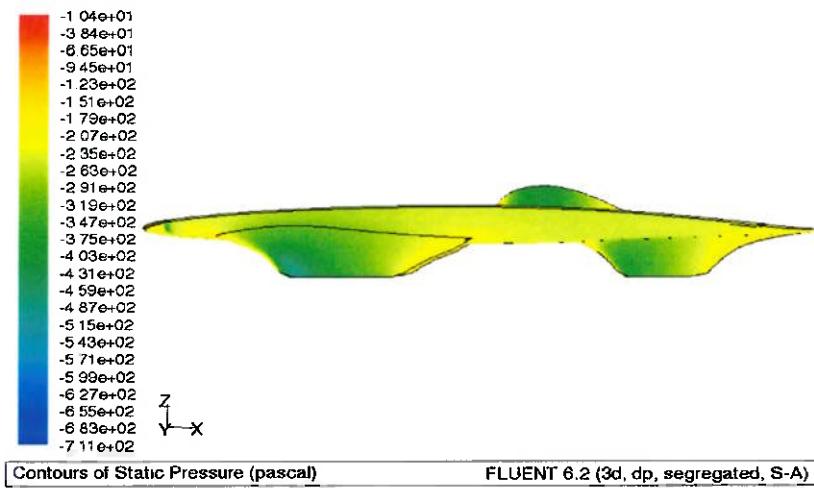


Figura 12.4: Contorno de pressão estática do conjunto – vista lateral

As regiões inferiores dos wheelfairings dianteiro estão com variações da velocidade de escoamento, o que pode indicar regiões de descolamento do fluido. Estas regiões precisam ter suas curvaturas suavizadas. Na vista lateral (Figura 12.4) não são identificadas outras regiões alem das anteriores.

Observando os contornos de pressão total podemos identificar as regiões onde ocorre descolamento, além de determinarmos onde são as regiões mais solicitadas e que, portanto, necessitarão de maior atenção no cálculo estrutural.

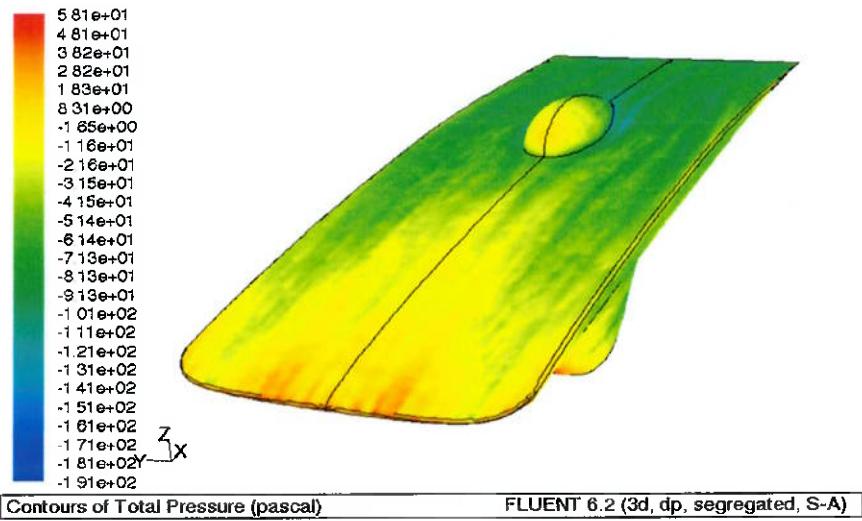


Figura 12.5: Distribuição de pressão do conjunto – vista isométrica superior

Podemos observar como a pressão diminui gradativamente ao longo do corpo do modelo (Figura 12.5). Isso era esperado e normal devido à forma do veículo.

Existem, entretanto, regiões que requerem maior atenção, pois o gradiente de pressões está muito alto como na parte traseira do canopi (Figura 12.6). Conclui-se com isso que esta região deverá ser arredondada para minimizar os efeitos do descolamento.

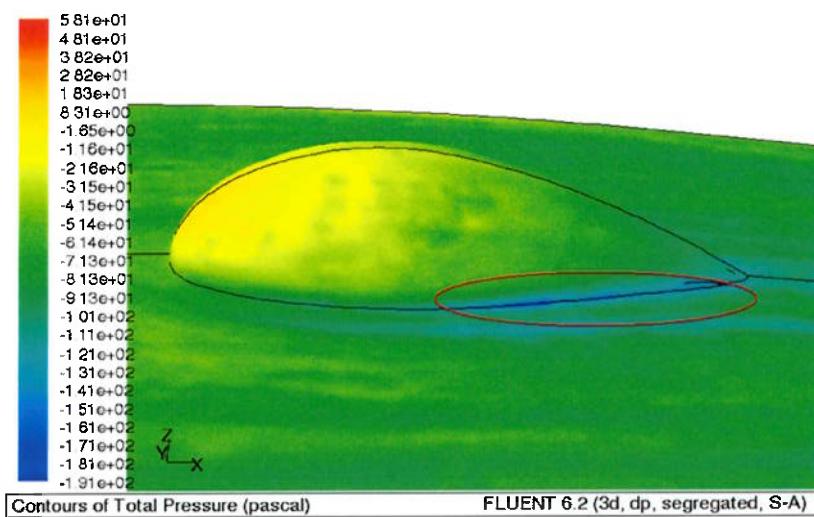


Figura 12.6: Distribuição de pressão - detalhe da região de baixa pressão na

Observando a parte inferior do veículo podemos observar que as regiões de alta pressão se concentram nos bordos de ataque da carenagem e dos wheelfairings. Os efeitos de baixa pressão são encontrados na traseira dos wheelfairings, principalmente nas regiões de intersecção com o corpo. Isto pode ser corrigido através de arredondamentos ou aumentando-se o comprimento do wheelfairing.

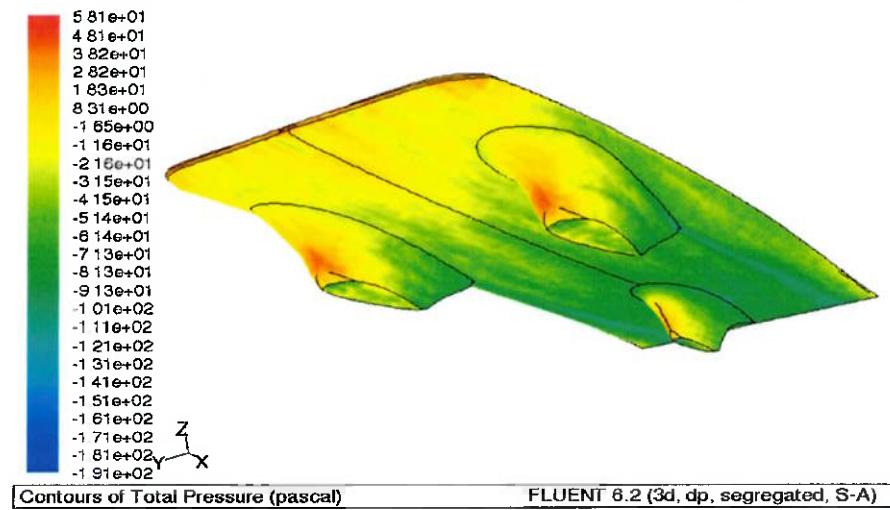


Figura 12.7: Distribuição de pressão do conjunto – vista isométrica inferior

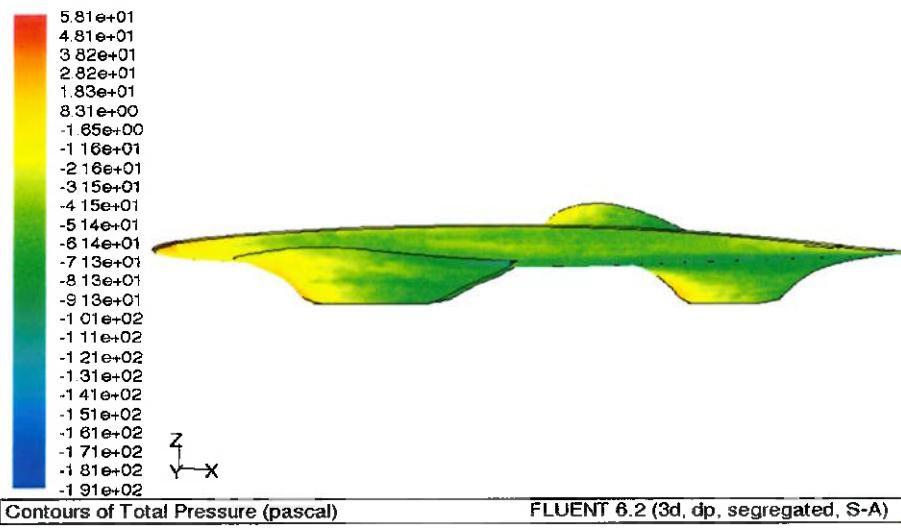


Figura 12.8: Distribuição de pressão do conjunto – vista lateral

Também se podem identificar efeitos de descolamento na parte inferior, próximo as bordas inferiores.



Figura 12.9: Distribuição de pressão - wheelfairing dianteiro

Este efeito se torna ainda mais intenso no wheelfairing traseiro, conforme se pode observar no detalhe da figura 12.10.

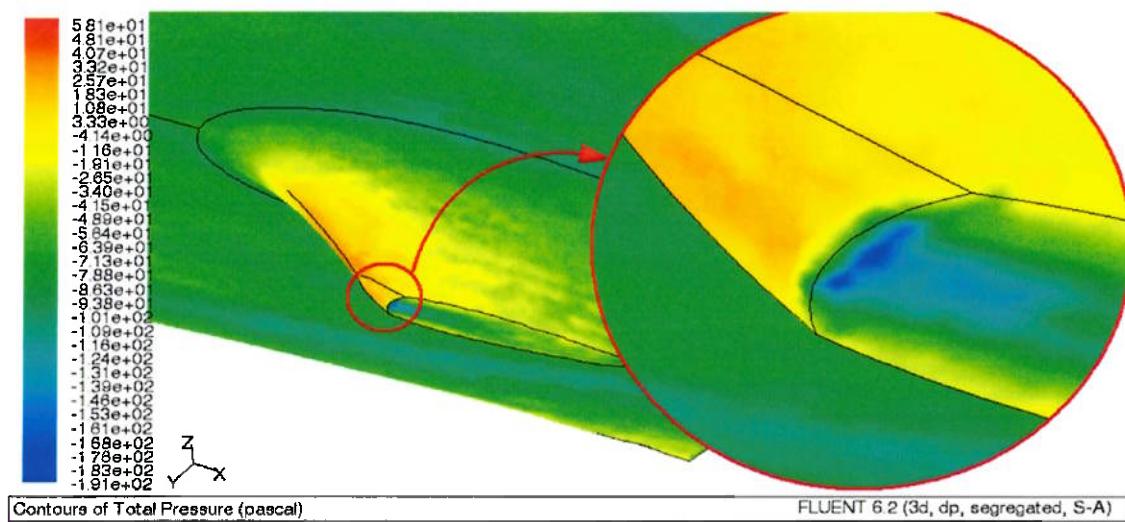


Figura: 12.10: Distribuição de pressão – wheelfairing traseiro e detalhe

Os dados obtidos pelo software são dados pela tabela 12.1.

Tabela 12.1: Dados obtidos numericamente

Força (N)	Tipo de força	Pressão	Forças Viscosas	Força Total
Canopi	Arrasto	5,858	0,758	6,616
	Sustentação	110,750	-0,032	110,718
Carenagem	Arrasto	-0,267	16,798	16,531
	Sustentação	336,740	0,052	336,792
Wheelfairing Frontal (cada)	Arrasto	0,686	1,700	2,386
	Sustentação	-171,210	-0,023	-171,233
Wheelfairing Traseiro	Arrasto	4,685	1,090	5,775
	Sustentação	-115,900	0,031	-115,869
Conjunto	Arrasto	11,638	22,046	33,684
	Sustentação	-10,798	0,004	-10,794

Onde:

- Pressão é a força devido ao somatório das pressões aplicadas na região
- Forças viscosas são as forças causadas devido ao atrito viscoso entre o fluido e a parte do veículo especificada.
- Força total representa o somatório das forças devido à pressão e as forças viscosas.

Os dados mais relevantes estão representados em vermelho, que representa o desempenho do conjunto.

Temos, portanto, que o modelo estudado apresentou uma força de arrasto total de 33,68N e um downforce de 10,79N, a uma velocidade frontal de 75 km/h.

## 12.2. *Simulações e resultados numéricos com vento lateral.*

Foram feitas simulações com vento lateral para estudar descolamentos nestas condições e qual será a solicitação nas rodas. Podemos observar que na parte superior os efeitos são praticamente o mesmo do que se não houvesse ventos laterais.

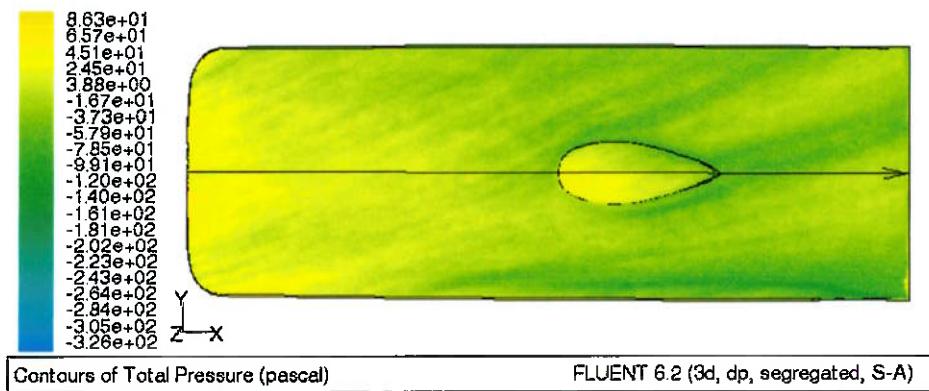


Figura 12.11: Distribuição de pressão com vento lateral – vista superior

Na parte inferior observa-se que a situação é bem diferente, com condições extremas de descolamento nas regiões inferiores dos wheelfairings.

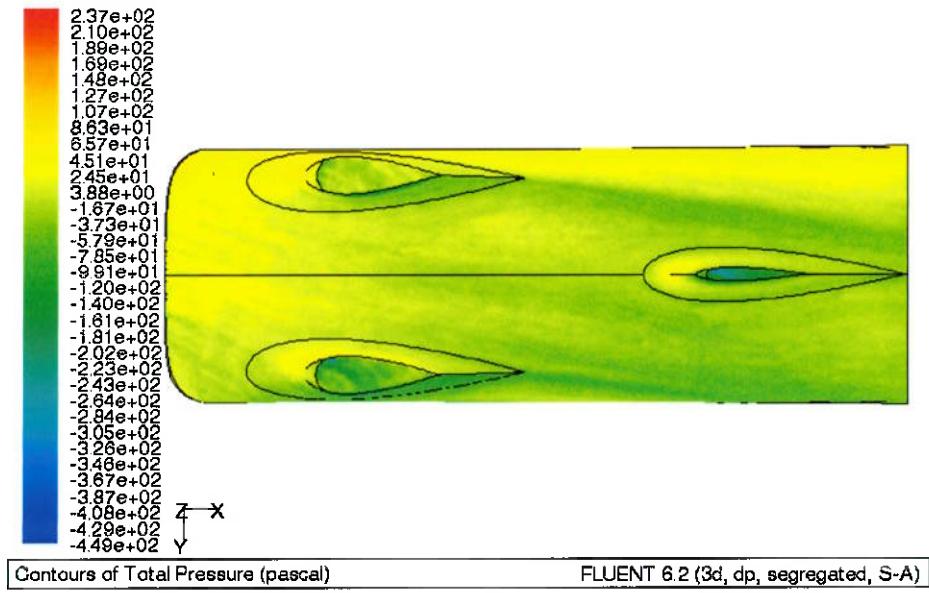


Figura 12.12: Distribuição de pressão com vento lateral – vista inferior

Nos wheelfairings dianteiros surgem regiões de descolamento e geração de vórtices na região externa que não recebe diretamente o escoamento.

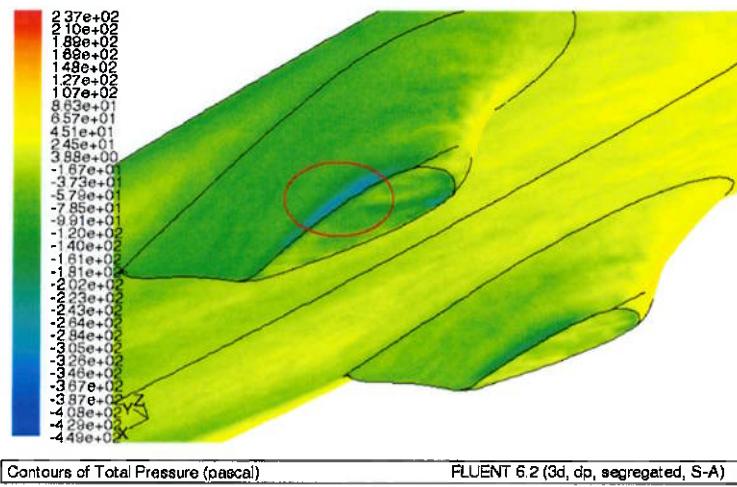


Figura 12.13: Distribuição de pressão com vento lateral –  
Detalhe do descolamento na borda do wheelfairing

No wheelfairing traseiro o ponto crítico se dá no onde o escoamento precisa realizar um grande desvio, causando descolamento. Efeitos como os apresentados agora não podem ser totalmente eliminados devido ao fato de existir um espaço entre o chão e o veículo por onde o escoamento pode passar e encontrar um ponto de estagnação na saída. Este efeito pode ser minimizado com arredondamentos nas bordas inferiores dos wheelfairings e também será minimizado pela presença da roda, que estão sendo desprezadas neste estudo.

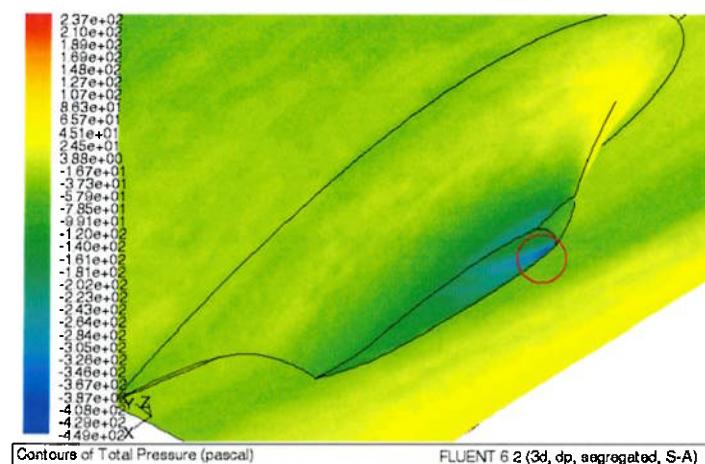


Fig. 12.14: Distribuição de pressão com vento lateral –  
Detalhe do descolamento na borda do wheelfairing traseiro.

As forças aplicadas sobre o veículo nestas condições estão dadas na tabela 12.2

Tabela 12.2: Dados obtidos numericamente considerando ventos laterais

Força (N)	Tipo de força	Pressão	Forças Viscosas	Força Total
Canopi	Arrasto	3,787	0,707	4,494
	Lateral	2,919	0,272	3,191
	Sustentação	102,217	-0,031	102,186
Carenagem	Arrasto	-25,450	15,850	-9,600
	Lateral	58,290	3,950	62,240
	Sustentação	468,530	0,324	468,854
Wheelfairing Dianteiro Direito	Arrasto	-17,290	1,660	-15,630
	Lateral	121,559	0,517	122,076
	Sustentação	-207,500	-0,078	-207,578
Wheelfairing Dianteiro Esq.	Arrasto	-17,290	1,660	-15,630
	Lateral	39,640	0,316	39,956
	Sustentação	-163,020	-0,866	-163,886
Wheelfairing Traseiro	Arrasto	0,444	0,892	1,336
	Lateral	36,740	0,055	36,795
	Sustentação	-91,020	-0,340	-91,360
Conjunto	Arrasto	-42,398	20,725	-21,673
	Lateral	259,140	5,109	264,249
	Sustentação	109,210	0,099	109,309

Os dados mais relevantes estão representados em vermelho, que representa o desempenho do conjunto.

Podemos observar neste caso o efeito de sailing que age sobre o caso. Isso ocorre devido ao fato dos wheelfairings funcionarem como se fossem velas de um veleiro. Este efeito não vem de graça, com está representado pela força lateral que terá que ser vencida pelas rodas. Devido aos obstáculos encontrados pelo escoamento na parte inferior, este não consegue adquirir grandes velocidades e de maneira contínua, o que explica a sustentação adquirida, sendo que se fosse considerada apenas a carenagem (sem os wheelfairings), este deveria apresentar downforce.

Temos, portanto, que o modelo estudado apresentou um sailing (arrasto negativo) de 21,67N, uma sustentação de 109,31N e um arrasto lateral de 264,25 N, a uma velocidade frontal de 75 km/h e velocidade lateral de 20 km/h.

## 13. MODELO OTIMIZADO

Determinadas as regiões mais críticas foram feitos ajustes que visam melhorar o comportamento do escoamento. Para isso foram feitas modificações em algumas partes da carenagem. O modelo otimizado e seus detalhes são apresentados pelas figuras abaixo.

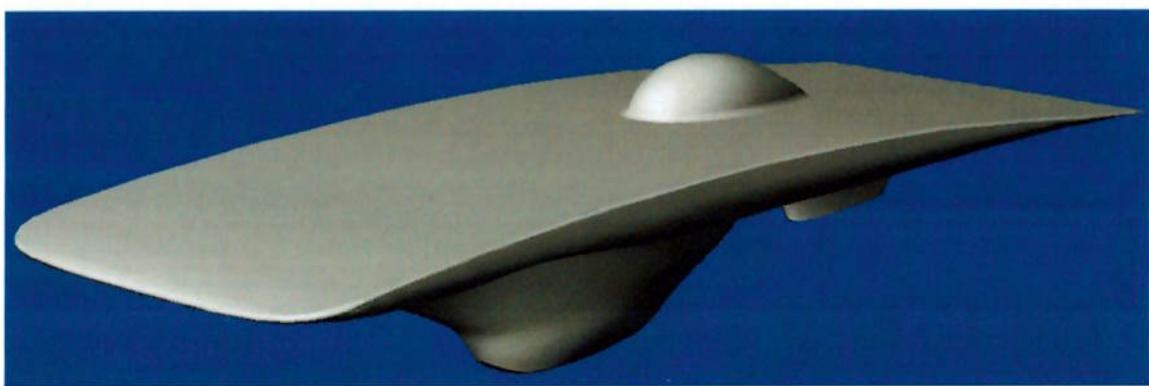


Figura 13.1: Conjunto otimizado

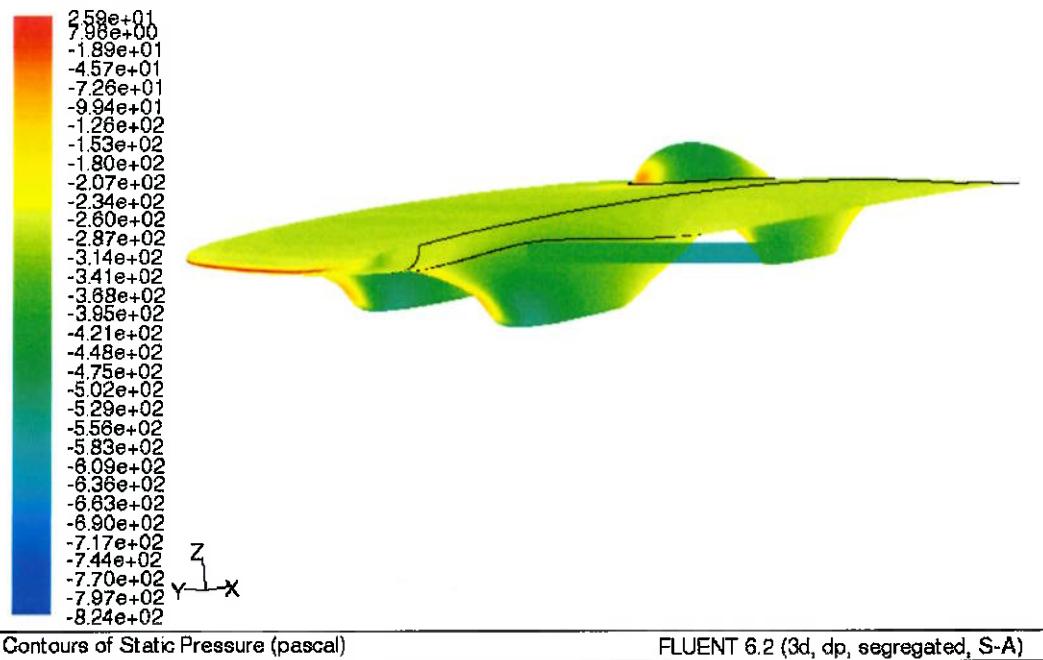


Figura 13.2: Contorno de pressão estática do conjunto otimizado

### 13.1. Canopi

As bordas do canopi foram arredondadas para minimizar os efeitos de descolamento e a criação de vórtices.



Figura 13.3: Arredondamentos nas bordas do canopi.

Pode-se perceber que o gradiente de pressão varia de maneira mais suave do que o modelo sem arredondamentos.

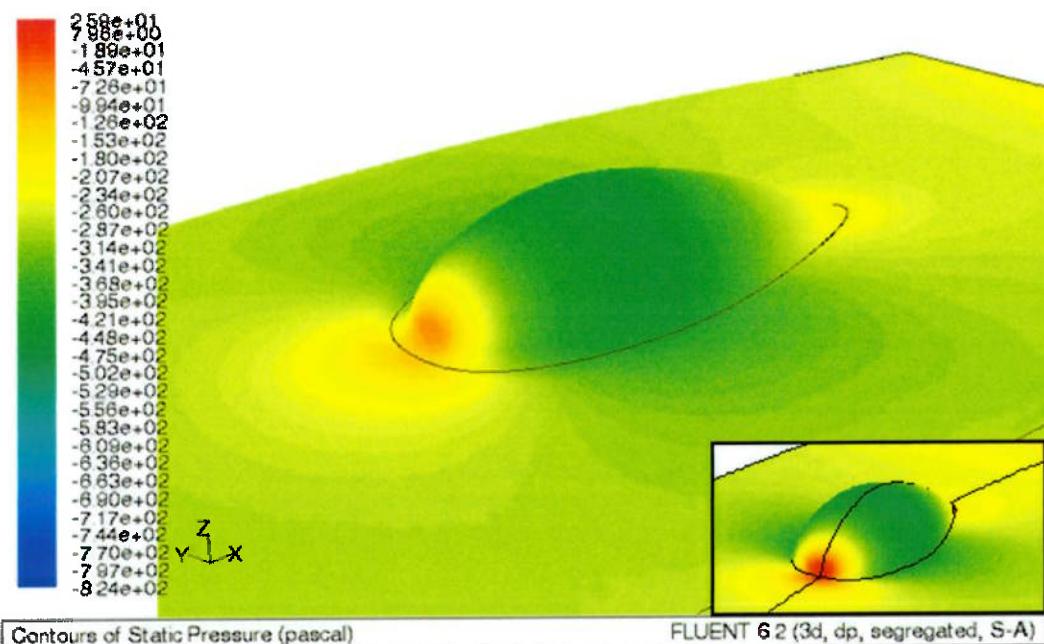


Figura 13.4: Contorno de pressão estática na região do canopi do modelo otimizado. O detalhe mostra o modelo não otimizado.

Com os arredondamentos os efeitos de descolamento foram minimizados.

Um efeito adverso que pode ser observado é a intensificação de um fenômeno que ocorre devido à mudança na direção do fluxo que encontra o canopi. Essa mudança de direção do fluxo faz com que o fluido na região em torno do canopi acelere, e com esse aumento de velocidade a pressão diminui, gerando regiões como as mostradas em azul mais escuro na figura 34. Isso possibilita o surgimento de vórtices.

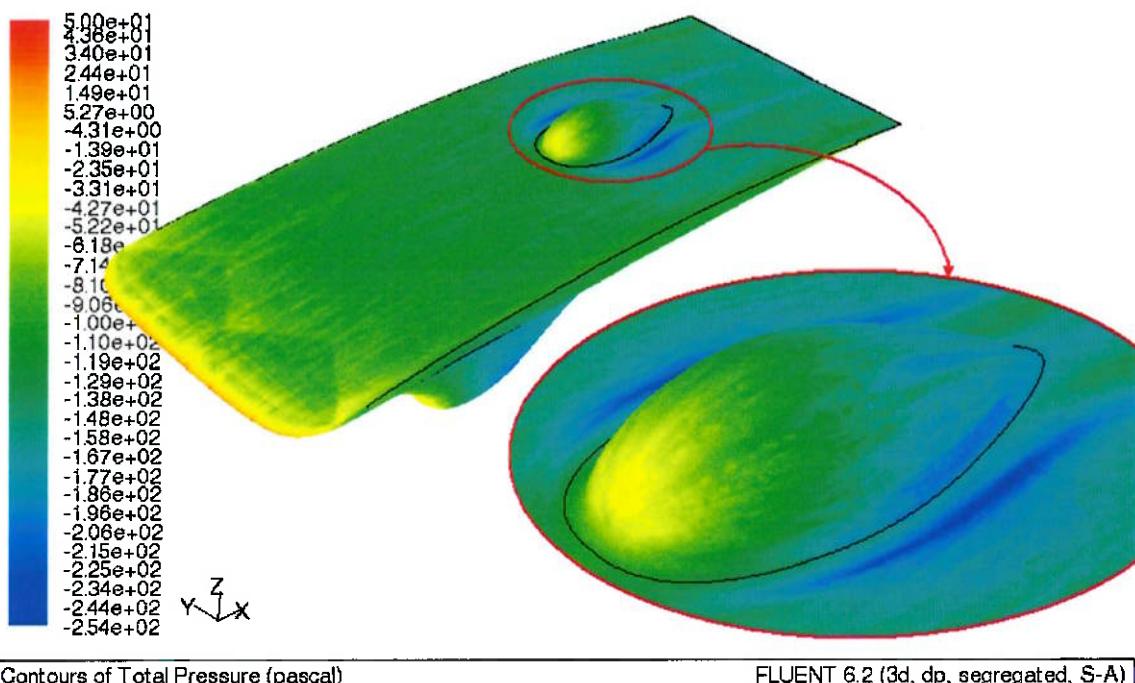


Figura 13.5: Contorno de pressão total na região do canopi do modelo otimizado.

### 13.2. Wheelfairings

Foram eliminados os cantos vivos na região inferior aos wheelfairings e algumas bordas foram arredondadas.

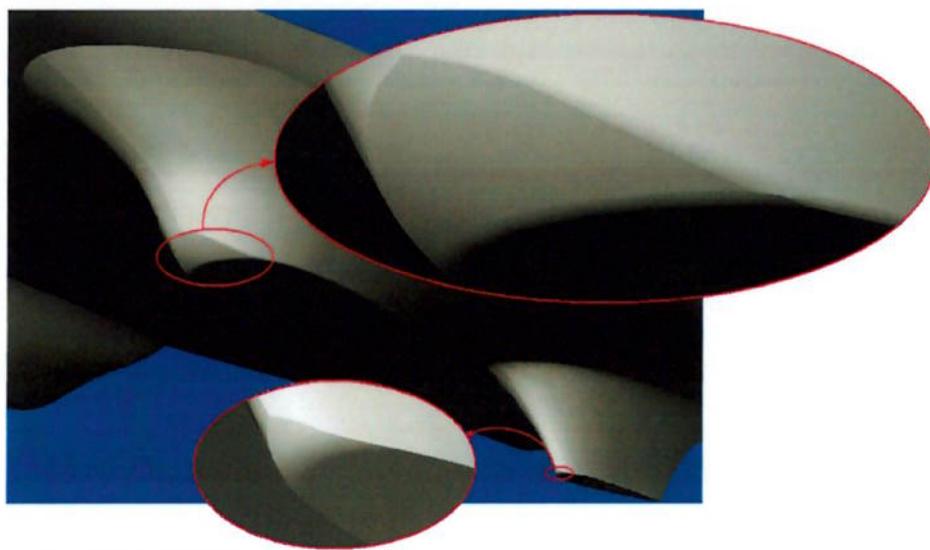


Figura 13.6: Detalhes dos wheelfairings

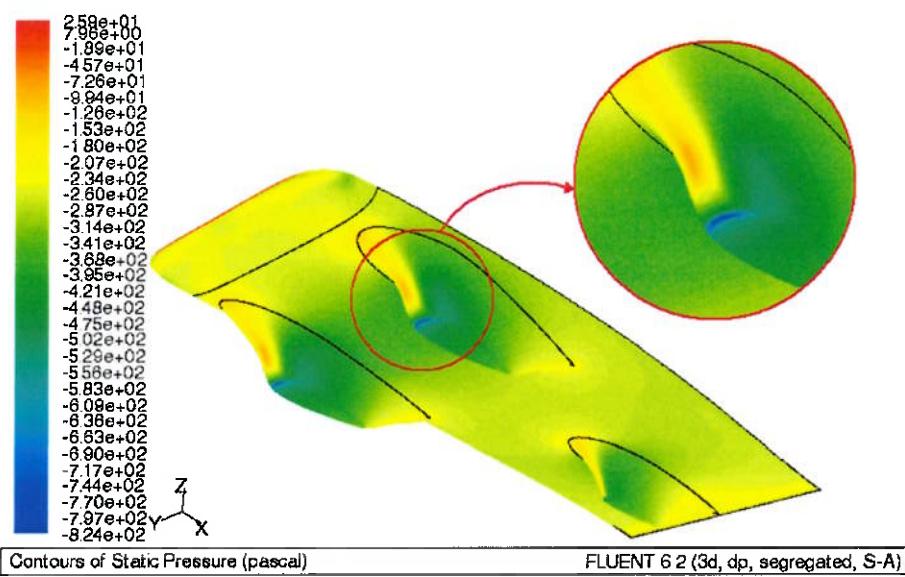


Figura 13.7-Contorno de pressão estática do modelo otimizado

Com estas modificações minimizaram-se os efeitos de descolamento e o surgimento de regiões de baixa pressão. Isso foi feito levando em consideração principalmente os efeitos devido a ventos laterais. Para ventos frontais apenas os

arredondamentos dos cantos vivos não seriam tão necessários, pois eles causam baixa pressão, conforme pode ser observado na figura 13.9.

Um outro ponto importante que foi consertado era uma falha na região próxima ao bico do carro (figura 12.3). Isso foi consertado (figura 13.8) e pode notar uma melhora considerável no comportamento da distribuição de pressão desta região, como indicado na figura 13.9.

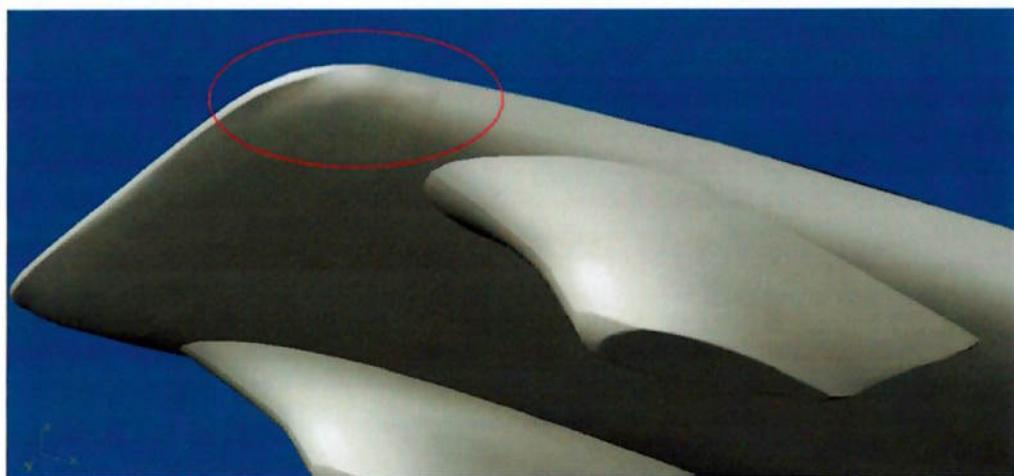


Figura 13.8: Ajustado o desnível na região do “bico” do veículo.

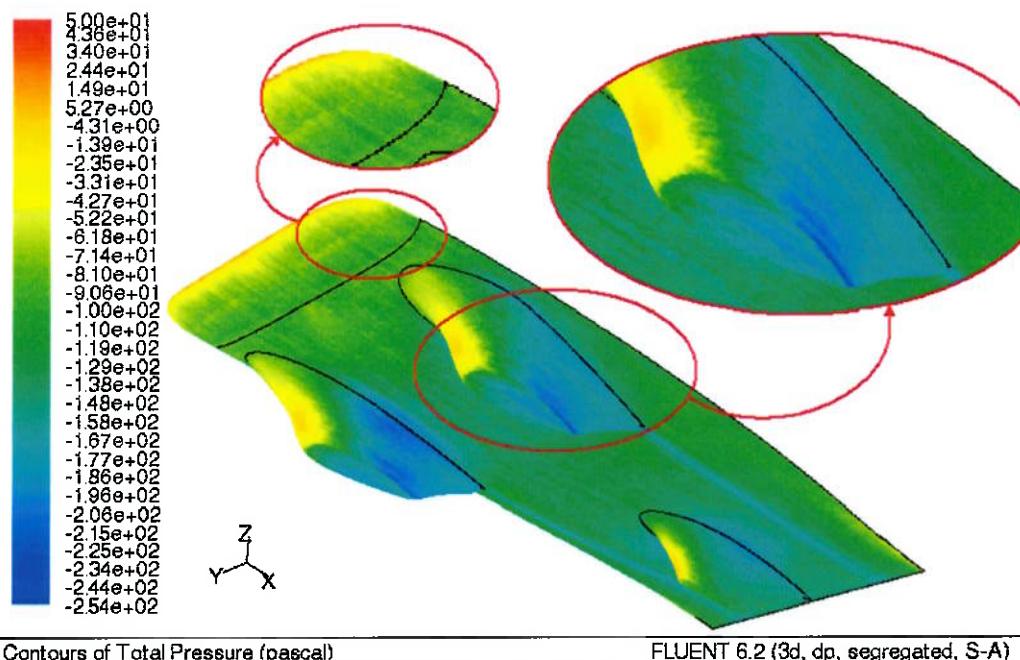


Figura 13.9: Contorno de pressão total do modelo otimizado - Detalhes

Os dados obtidos nesta simulação estão apresentados na tabela 13.1.

As condições simuladas para se obter os dados da tabela 12.1 de da tabela 13.1 foram às mesmas.

Tabela 13.1: Dados obtidos numericamente - Otimizado

Força (N)	Tipo de força	Pressão	Forças Viscosas	Força Total
Canopi	Arrasto	7,588	0,868	8,456
	Sustentação	179,835	-0,037	179,798
Carenagem	Arrasto	-3,742	17,740	13,998
	Sustentação	354,878	0,062	354,940
Wheelfairing Frontal (cada)	Arrasto	0,050	1,793	1,842
	Sustentação	-191,724	-0,035	-191,759
Wheelfairing Traseiro	Arrasto	5,413	1,136	6,549
	Sustentação	-134,020	0,030	-133,990
Conjunto	Arrasto	9,328	23,346	32,674
	Sustentação	-12,790	-0,012	-12,802

Comparando-se a tabela 13.1 com a tabela 12.1, podemos perceber que houve aumento da força de arrasto em quase todos os componentes. Esse aumento se deve principalmente ao aumento da área molhada de cada um deles, efeitos adversos ou outros menos significativos, como divergências numéricas.

O importante ressaltar é que as otimizações feitas visavam principalmente diminuir as regiões de descolamento. Isso foi alcançado conforme mostrado em destaque (região laranja) na tabela 13.1. Isso causou uma diminuição de cerca de 1N no arrasto total do veículo, mesmo aumentando em cerca de 2N o downforce no carro.

É importante lembrar que as otimizações são feitas de maneira iterativa, ou seja, o modelo otimizado sempre pode ser modificado para se obter valores melhores. Neste trabalho isso foi feito uma vez.

## 14. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi particularmente interessante o fato de estudarmos cada uma dos componentes aerodinâmicos principais do carro de maneira separada e posteriormente juntarmos cada uma dessas partes em um conjunto final.

Cada um desses componentes apresentou dificuldades próprias para serem desenvolvidos.

Na elaboração do corpo foram precisos vários modelos de curvatura até que um modelo suficientemente próximo do ideal fosse encontrado para que o efeito solo fosse eliminado na velocidade de cruzeiro.

No caopi a maior dificuldade foi encontrar o tamanho ideal para que não ocorresse descolamento. Os resultados encontrados ainda não foram conclusivos e serão necessários testes experimentais para chegarmos a um resultado definitivo.

O estudo e desenvolvimento dos wheelfairings foram mais trabalhosos devido ao grande número de detalhes envolvido, mas estes apresentaram um comportamento bastante regular e não foram encontrados grandes problemas. O wheelfaring traseiro apresenta uma geometria bastante esguia, pois a roda não precisa rotacionar ao solo dentro dele no eixo perpendicular ao solo. Os wheelfairings dianteiros são mais largos justamente porque as rodas que direcionam o veículo são as dianteiras.

No desenvolvimento do conjunto foram encontradas algumas dificuldades no momento da criação da malha devido a complexidade do modelo. Este problema está se mostrando presente também na criação da malha do modelo otimizado.

O primeiro modelo vem apresentando bons resultados e algumas vezes até surpreendentes, como no caso em que as forças nas verticais se tornam de apenas 10N, o que bastante baixo considerando a área do veículo.

Foi possível identificar vários pontos onde foram feitos ajustes no modelo otimizado e espera-se com isso diminuir o coeficiente de arrasto, que para ventos frontais estão na ordem de 0,16, ainda relativamente altos.

No modelo otimizado houve aumento nas forças verticais, chegando-se a valores da ordem de 12 N, mas ainda relativamente baixo. Conforme esperado o coeficiente de arrasto diminuiu para 0,155.

Neste estudo foi possível aprimorar meus conhecimentos em efeitos comuns do cotidiano, mas que são geralmente ignorados, como detalhes aerodinâmicos para evitar a perda de potência por descolamento do fluido ou geração de vórtices.

## **SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Conforme dito anteriormente, o trabalho de otimização é iterativo, fazendo com que o modelo possa sempre ser melhorado. Infelizmente devido à escassez de tempo não foi possível realizá-los.

Este modelo apresenta vários pontos com diferenças de pressões, o que propicia a formação de vórtices. Estas regiões podem ser mais bem identificadas se forem plotadas as linhas de corrente nas proximidades do modelo. Identificadas estas regiões iniciasse um estudo visando diminuir a formação destes vórtices.

Uma próxima etapa é a realização de testes com modelos reais. Um modelo em escala deve ser construído fielmente ao criado digitalmente e simulado em túnel de vento ou canal de água recirculante. O IPT (Instituto de Pesquisas Tecnológicas), localizado na Cidade Universitária, possui um túnel de vento que pode ser utilizado. Um canal de água recirculante pode ser encontrado no NDF (Núcleo de Dinâmica e Fluídos), localizado no prédio da engenharia mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

## ANEXO A

### Vórtices

O vórtice é um escoamento turbulento giratório onde as linhas de corrente apresentam um padrão circular ou espiral. São movimentos espirais ao redor de um centro de rotação.

Ele surge devido a diferença de pressão de duas regiões vizinhas. Quando isso ocorre o fluido tende a equilibrar o sistema e flui para esta região mudando, eventualmente, a direção original do escoamento e, com isso, gera vorticidade.

Eles são encontrados no mais diversos locais da natureza, como correntes circulares de água vindas de marés conflitantes, quando se mexe uma xícara de café, uma ilha no meio do oceano furacões tornados ou efeitos de ponta de asa. Este último é muito estudado pela indústria aeronáutica, pois sua geração aumenta o arrasto da aeronave. Esse efeito recebe o nome de arrasto induzido e é minimizado pela presença de empenamentos e winglets, que dificultam o deslocamento de ar.



Figura I: Vórtices de ponta de asa

Tecnicamente um vórtice pode ser qualquer escoamento circular ou rotacional que possui vorticidade. Vorticidade é um conceito matemático utilizado na dinâmica dos fluídos. Ela pode ser entendida como a quantidade de circulação ou rotação de um fluido por unidade de área de um ponto no campo de escoamento.

Matematicamente é definida como:

$$\omega = \nabla \times u$$

Nos estudos atmosféricos, vorticidade é uma propriedade que caracteriza a rotacionalidade em grande escala das massas de ar. Se a circulação atmosférica é aproximadamente horizontal, a vorticidade é aproximadamente vertical.



Figura II: Vórtices gerados na atmosfera no por ilhas na região do Alasca.

## ANEXO B

### Efeito solo

O efeito solo é um efeito aerodinâmico onde o escoamento de ar ao redor de um corpo é interrompido pelo solo.

### *Efeito solo em aeronaves*

Aeronaves conseguem um aumento na força de sustentação e também melhor eficiência voando perto do solo e são afetados principalmente quando decolam ou aterrissam. Isto faz com que a aeronave suba subitamente – esse efeito é conhecido como “balloon”. O porquê deste fenômeno ainda está em debate. Uma das razões aceita atualmente é que este efeito é causado por um colchão de ar comprimido entre as asas e o chão. Entretanto, testes em túneis de vento indicaram que enquanto este efeito está presente, o efeito solo é quase unicamente devido à interrupção da formação dos vórtices de ponta de asa. Estes vórtices destroem uma grande quantidade da força de sustentação gerada pela asa, e os eliminado consegue-se aumentar a eficiência da asa. Com base nisto foram desenvolvidos algumas aeronaves que operam próximas ao solo e não conseguem sustentar vôo a mais do que alguns metros do solo. O Ekranoplan é um destes exemplos.



Figura III:Ekranoplan

Durante a Guerra Fria os ekranoplans eram visto no Mar Cáspio. Eles eram chamados de Monstros do Mar Cáspio pela inteligência norte americana, que ficavam confusos com um veiculo tão grande, que se parecia com um avião sem uma parte das asas. No final da guerra fria o “monstro” foi revelado como um avião secreto dos militares russos, desenhado para voar a apenas alguns metros da água, economizando energia e ficando abaixo do radar inimigo. Ele tinha mais de 100m de comprimento, pesava 540 toneladas em plena carga e podia viajar a mais de 400 km/h, podendo voar não apenas próximo à água, mas também sobre o gelo, neve ou terreno plano com igual facilidade.

### *Efeito solo em veículos de rua*

Em carros de corrida o objetivo do projeto é aumentar a sustentação no sentido do solo e não para cima, conseguindo assim maiores velocidades nas curvas. A idéia básica neste caso é criar uma região de baixa pressão abaixo do carro.

Para entender melhor o que ocorre vamos admitir que o escoamento potencial (traçado pelas linhas de corrente) não apresenta viscosidade nas regiões de contorno. Podemos observar que nas seções mais próximas do solo, onde o ar tem menos espaço para se mover, as linhas de corrente se aproximamumas das outras, como mostra a figura 3. Admitindo que o escoamento é invicido potencial, a massa se conserva e assumindo que o ar é um fluido incompressível (válido para  $M_{\infty}$  menor que 0,3), a velocidade nas regiões próximas ao solo deve aumentar. Segundo o princípio de Bernoulli, a pressão nas regiões próximas ao solo deve diminuir, já que a velocidade está aumentando.

Para um fólio simétrico livre no ar, desde que a distribuição de velocidades seja simétrica, não existe sustentação, pois a distribuição de pressão de cima do fólio é igual à de baixo. Se o mesmo fólio se aproximar de uma superfície (como o solo), vai existir uma maior concentração das linhas de corrente na parte inferior do que na superior, o que caracteriza maiores velocidades. Graças a esse efeito de Venturi na parte de baixo, o corpo produz “downforce” (força de sustentação negativa).

## ANEXO C

### Arrasto Induzido

Ao ar livre, o arrasto de um fólio simétrico é devido à viscosidade superficial e possíveis regiões de descolamento do fluído. Um fólio produzindo sustentação produz arrasto induzido.

O arrasto induzido é resultado da energia cinética gasta na produção de vórtices. Estes vórtices são gerados devido a diferença de pressão entre a parte superior e inferior do fólio. O solo ajuda a destruir estes vórtices, o que diminui o arrasto induzido e melhora a sustentação.

Em alguns casos, como competições de carros solares, onde a potência disponível é bastante limitada, o arrasto induzido é indesejável, portanto são tomadas medidas para evitar a geração de vórtices de ferradura. Isto é feito colocando-se uma pequena cambagem no perfil do carro. Com esta cambagem o carro iria ter sustentação se estivesse em regiões longe do solo, mas ela é feita de forma a se igualar as pressões superiores e inferiores próximas ao solo, o que evita a formação de vórtices. Isto também pode ser feito variando-se o ângulo de ataque, mas não sem aumentar a força de arrasto.

## ANEXO D

### The World solar challenge (WSC)

Conhecido como um esporte intelectual, os participantes do WSC devem atravessar mais de 3.000km através do continente australiano – de Darwin a Adelaide, em carros movidos a nada mais do que o sol.



Figura IV: Percurso da competição

O desafio é projetar e construir um carro capaz de atravessar a Austrália utilizando energia solar, através de pesquisas inovadoras e desenvolvimento de tecnologias alternativas de transporte. Esta competição atrai times e indivíduos de corporações e universidades de todo o mundo.

Alimentado pelo espírito de competição amigável, o WSC premia a criativa integração da técnica e perícia científica através de uma grade gama de disciplinas, com foco em jovens mentes brilhantes. Estas mentes são as pessoas que irão fornecer estas tecnologias no futuro, destacando-se no campo da física, eletroquímica, engenharia, matemática, aprendizados multidisciplinares e desenvolvimento pessoal.

O interesse do mundo acadêmico é tão grande que atualmente quase 100 das melhores universidades do mundo estão envolvidas em projetos de carros solares

Um objetivo único proposto pelo WSC é percorrer um país. Quando os competidores deixam Darwin as oito da manha do primeiro dia eles estão por conta própria. Sabendo das paradas compulsórias nos sete pontos de verificação, cada equipe esforça-se para viajar tanto quanto pode cada dia, mas deve montar acampamento às cinco horas da tarde.

O WSC celebra a realização, a coragem e a aplicação de conhecimentos científicos no campo da tecnologia solar. Esta é a aventura de pessoas jovens não apenas sonhando com um mundo mais verde e melhor de se viver, mas de habilidosos entusiastas que tornam isso realidade.

## LISTA DE REFERÊNCIAS

TAMAI, GORO. **The Leading Edge**, Aerodynamic Design of Ultra-streamlined Land Vehicles.  
Bentley Publishers, 1999. 304p.

FLUENT INCORPORATED NETWORK SERVICES. 10 Cavendish Court, Lebanon.  
Apresenta explicações sobre os modelos e utilizações dos softwares desenvolvidos pela Fluent.  
Disponível em <<http://www.fluent.com>>

GOOGLE  
Site de busca  
Disponível em <<http://www.google.com>>

RHINOCEROS NURBS MODELING.  
Apresenta desenhos e recursos do software.  
Disponível em <<http://www.rhino3d.com/>>

THE WORLD SOLAR CHALLENGE. 2005.  
Apresenta dados e curiosidades sobre a competição.  
Disponível em <<http://www.wsc.org.au>>

WIKIPEDIA.  
Enciclopédia digital que pode ser editada por seus usuários.  
Disponível em <<http://pt.wikipedia.org/>>

